

1. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, 32g 의 저울추 1 개씩과 저울로 1g 부터 63g 까지의 자연수 무게를 가진 물체를 측정할 수 있다. 만약 4g 짜리 추를 잃어버리면 잴 수 없는 무게의 종류가 몇 가지인지 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답: 가지

▷ 정답: 32가지

**해설**

추가 모두 2 진법의 수이므로,  $n$  개의 추로  $2^n - 1$  개의 무게를 측정할 수 있다.  
 추 6 개로 잴 수 있는 무게의 수 =  $63g$ ,  
 추 5 개로 잴 수 있는 무게의 수 =  $31g$ ,  
 $\therefore$  (4g 짜리 추를 잃어버리면 잴 수 없는 무게의 종류) = 32 (가지)

2. 집합  $P$  에 대하여  $P[x]$  를

(1)  $x \in P$  이면  $P[x] = \{-x + 1, 0, x - 1\}$

(2)  $x \notin P$  이면  $P[x] = \{1, x, x^2\}$  이라고 정의한다.

두 집합  $A = \{x | x \text{는 소수인 자연수}\}$ ,  $B = \{3x - 1 | x \text{는 자연수}\}$  일 때, 집합  $(A - B)[2] \cup (B - A)[8]$  의 원소의 총합을 구하여라. [배점 5.0, 상상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

**해설**

$A = \{x | x \text{는 소수인 자연수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\}$

$B = \{3x - 1 | x \text{는 자연수}\} = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, \dots\}$

$2 \notin A - B$  이므로  $(A - B)[2] = \{1, 2, 4\}$  이고,  
 $8 \in B - A$  이므로  $(B - A)[8] = \{-7, 0, 7\}$  이다.  
 따라서

$(A - B)[2] \cup (B - A)[8] = \{-7, 0, 1, 2, 4, 7\}$  이고,  
 원소의 총합은 7 이다.

3.  $2^7 = a$ ,  $13^b = 169$  을 만족하는 자연수  $a, b$  에 대하여  $a - b$  의 값은? [배점 5.0, 상중]

① 120                      ② 122                      ③ 124

④ 126                      ⑤ 128

**해설**

$2^7 = 128$ ,  $13^2 = 169$  이므로  $a = 128, b = 2$  이다.  
 따라서  $a - b = 126$  이다.

4. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  의 부분집합 중 원소의 개수가 세 개인 부분집합에 들어 있는 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 90



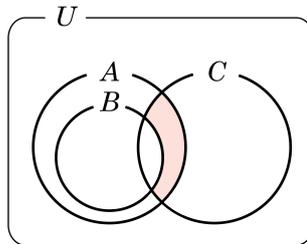
해설

전체집합을  $U$ , 물로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을  $A$ , 에어로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을  $B$  라고 하면

$$n(U) = 35, n(A) = 20, n(B) = 23$$

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 23 - 35 \\ &= 8 \end{aligned}$$

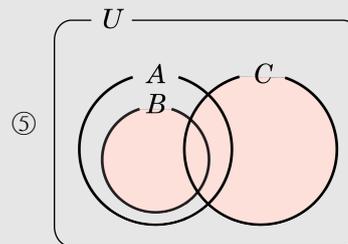
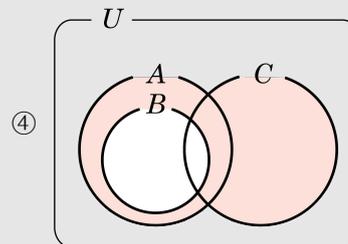
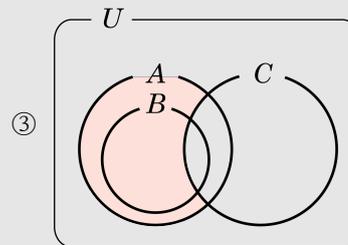
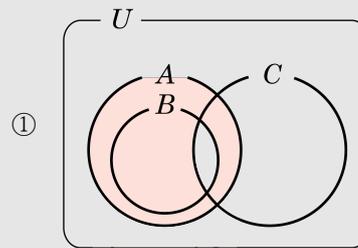
8. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4.5, 중상]

- ①  $A - (B \cap C)$       ②  $(A - B) \cap C$   
 ③  $(A \cup B) - C$       ④  $(A \cup C) - B$   
 ⑤  $(A \cap B) \cup C$

해설



9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4.5, 중상]

- ①  $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$   
 ②  $n(A) = n(B)$  이면  $A = B$  이다.  
 ③  $A \subset B$  이면  $n(A) \leq n(B)$  이다.  
 ④  $n(A) < n(B)$  이면  $A \subset B$  이다.  
 ⑤  $n(\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

**해설**

- ①  $3 - 2 = 1$
- ② 예를 들어,  $A = \{0\}$ ,  $B = \{1\}$  일 때,  
 $n(A) = n(B) = 1$  이지만  $A \neq B$  이다.
- ④ 예를 들어,  $A = \{0\}$ ,  $B = \{1, 2\}$  일 때,  
 $n(A) < n(B)$  이지만  $A \not\subset B$  이다.
- ⑤  $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$ ,  $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

**해설**

어떤 자연수로 84를 나누면 6이 남고, 109를 나누면 5가 남으므로  $84 - 6 = 78$ 과  $109 - 5 = 104$ 는 어떤 자연수로 나누어 떨어진다. 따라서 어떤 자연수는 78과 104의 공약수이고, 이 중 가장 큰 수는 78과 104의 최대공약수인 26이다. 26을 이진법으로 나타내면  $11010_{(2)}$  이다.

10. 두 집합  $A, B$ 에 대하여, 집합  $A = \{1, 2, 4\}$ ,  $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 52 \text{의 약수}\}$  이다. 이를 만족하는 집합  $B$ 로 가능하지 않은 것은? [배점 4.0, 중하]

- ①  $\{13, 26, 52\}$
- ②  $\{3, 13, 26, 52\}$
- ③  $\{1, 2, 13, 26, 52\}$
- ④  $\{2, 4, 13, 26, 52\}$
- ⑤  $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

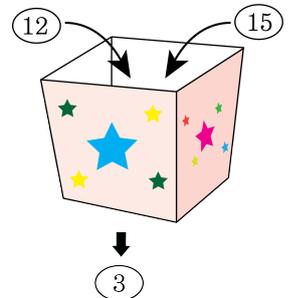
**해설**

$A = \{1, 2, 4\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$  이므로  $\{13, 26, 52\} \subset B \subset (A \cup B)$  이어야 한다.  
②  $3 \notin A \cup B$

11. 어떤 자연수로 84를 나누면 6이 남고 109를 나누면 5가 남는다고 한다. 이를 만족하는 수 중에서 가장 큰 수를 이진법으로 나타내면? [배점 4.0, 중중]

- ①  $110_{(2)}$
- ②  $1010_{(2)}$
- ③  $1110_{(2)}$
- ④  $11010_{(2)}$
- ⑤  $11011_{(2)}$

12. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12   을 : 15, 40   병 : 16, 40

[배점 4.0, 중하]

▶ **답:**

▶ **정답:** 갑



**해설**

영어를 좋아하는 학생들의 집합을  $A$ , 수학을 좋아하는 학생들의 집합을  $B$  라고 하면,  
 $n(A) = 28, n(B) = 23$   
 $n(A \cup B) = 41$   
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 23 - 41 = 10$   
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 10 = 13$

16. 세 집합  $A = \{x|x\text{는 한국인}\}, B = \{x|x\text{는 학생}\}, C = \{x|x\text{는 여자}\}$  에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?  
 [배점 4.0, 중중]

- ①  $(A \cup B) - C$                       ②  $A \cup B \cup C$   
 ③  $(A \cap B) - C$                     ④  $A \cap B \cap C^c$   
 ⑤  $(A - B)^c \cap C^c$

**해설**

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로  
 $(A \cap B) - C$  또는  $A \cap B \cap C^c$  이다.

17. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.  
 [배점 3.5, 하상]

▶ **답:**  
 ▷ **정답:** 144

**해설**

구하는 수를  $x$  라고 하면  $x$  는 16, 18, 24 의 공배수이다. 16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

18. 다음 중 옳지 않은 것은?                      [배점 3.5, 하상]

- ①  $8 \times 10^3 + 2 \times 10 + 4 \times 1 = 8024$   
 ②  $1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 1001_{(2)}$   
 ③  $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11011_{(2)}$   
 ④  $1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 110010_{(2)}$   
 ⑤  $1 \times 10^5 + 5 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 3 \times 1 = 150703$

**해설**

④  $1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 110100_{(2)}$

19. 바둑돌을 이용하여 이진법으로 나타낸 수  $1001_{(2)}$  을 ■○○■로 나타낼 때, ■○■■○■이 나타내는 수를 십진법으로 나타내어라.                      [배점 3.5, 하상]

▶ **답:**  
 ▷ **정답:** 45

해설

$1001_{(2)}$  을 ■○○■ 로 나타냈으므로 1은 ■, 0은 ○을 나타낸다.

따라서 ■○■■○■ 은  $101101_{(2)}$  이므로 십진법으로 나타내면

$$101101_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 32 + 8 + 4 + 1 = 45$$

20. 288 을 어떤 수  $x$  로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수  $x$  를 구하면?

[배점 3.5, 하상]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

가장 작은 자연수  $x$  는 2이다.