

1. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5.0, 상중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 64 개

해설

$U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}$,

$n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.

(1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)

2. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구한 것은?

[배점 5.0, 상하]

① 122

② 144

③ 166

④ 188

⑤ 210

해설

$A = \{6, 12, 18\}$ 이므로 부분집합은

$\{6\}, \{12\}, \{18\}, \{6, 12\}, \{6, 18\}, \{12, 18\}, \{6, 12, 18\}$ 이고 6, 12, 18 이 4 번씩 들어가므로 $(6 + 12 + 18) \times 4 = 144$ 이다.

3. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x | x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

㉠ $n(\{x | x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 의 3 개
 $\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

4. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

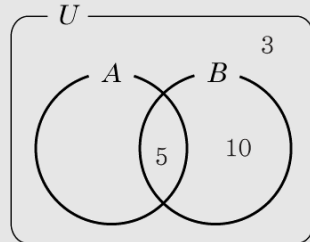
$$\begin{aligned} n(U) &= 25 \text{ 이므로} \\ n(B) &= n(U) - n(B^c) \\ n(B^c) &= 25 - 10 = 15 \end{aligned}$$

$A^c \cap B = B - A$ 이므로

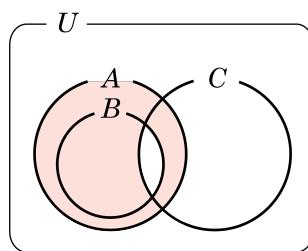
$$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



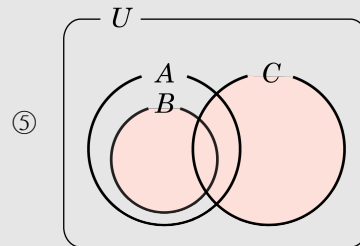
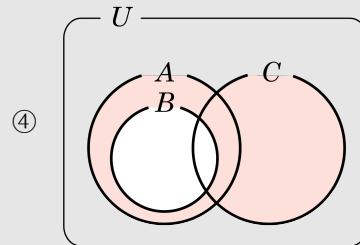
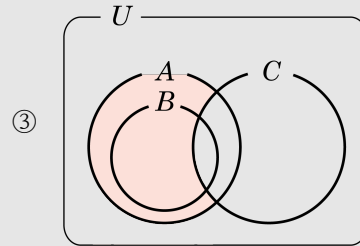
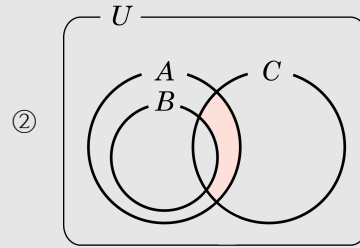
5. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4.5, 중상]

- ① $A - (B \cap C)$ ② $(A - B) \cap C$
③ $(A \cup B) - C$ ④ $(A \cup C) - B$
⑤ $(A \cap B) \cup C$

해설



6. 민호네 학교 학생 100명 중에서 A 동아리에 가입한 학생이 62명, B 동아리에 가입한 학생이 59명이고 B 동아리에만 가입한 학생은 25명이다. 이 때, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생 수를 구하여라.
[배점 4.0, 중하]

▶ 답 : 명

▶ 정답 : 13 명

해설

민호네 학교 학생들의 모임을 전체집합 U , A 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 A , B 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - (62 + 59 - 34) = 13(\text{명}) \end{aligned}$$

7. 현수는 매일 집에서 수학과 논술 교육방송을 듣는데, 하루에 과목별로 한 편 이상 들을 수가 없다. 그리고 일주일 동안 수학 교육방송은 6번 듣고, 논술 교육방송은 4번 듣는다. 현수가 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 며칠인지 구하여라.
[배점 4.0, 중하]

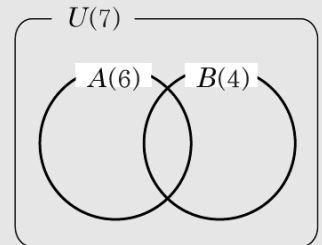
▶ 답: 일

▶ 정답: 3일

해설

수학 교육방송을 듣는 날을 집합 A , 논술 교육방송을 듣는 날을 집합 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

또한, 수학과 논술 교육방송을 듣는 날은 문제에 주어진 조건에 의하면 7일이고, 수학과 논술 두 과목의 교육방송을

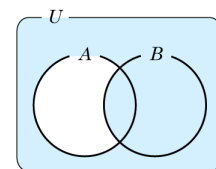


모두 듣는 날은 $A \cap B$ 으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 6 + 4 - 7 \\ &= 3(\text{일}) \end{aligned}$$

따라서 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 3일이다.

8. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 22$, $n(A) = 10$, $n(B) = 17$, $n(A \cup B) = 20$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 4.0, 중하]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

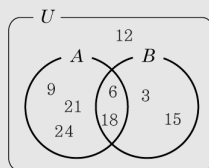
색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A - B)^C$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 17 -$
 $n(A \cap B) = 20$
 $\therefore n(A \cap B) = 7$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 7 = 3$
 $\therefore n((A - B)^C) = n(U) - n(A - B) = 22 - 3 = 19$

9. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{9, 21, 24\}$, $B - A = \{3, 15\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 는? [배점 3.5, 하상]

- ① $\{3, 6\}$ ② $\{3, 6, 12\}$
 ③ $\{3, 18\}$ ④ $\{6, 12\}$
 ⑤ $\{6, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore A \cap B = \{6, 18\}$

10. 두 집합 $A = \{4, 5, a - 1\}$, $B = \{b - 3, 6, 8\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.
 [배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$A \cap B = \{4, 6\}$ 이므로 $\{4, 6\} \subset \{4, 5, a - 1\}$, $\{4, 6\} \subset \{b - 3, 6, 8\}$ 이다.
 그러면 $a - 1 = 6$, $b - 3 = 4$ 가 되어 $a = 7$, $b = 7$ 이다.
 따라서 $\frac{b}{a} = \frac{7}{7} = 1$ 이다.