

문제 풀이 과제

1. 다음 중 양의 정수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 2, 하하]

- ① 지하 5 층
- ② 용돈 5000 원을 받음
- ③ 지난주보다 3.5kg 몸무게 증가
- ④ 영하 8°C
- ⑤ 해저 350m

해설

지하 5 층은 지상과 반대이므로 음의 부호를 사용한다. 이익, 증가는 양의 부호로 나타낸다. 온도는 0°C 를 기준으로 영상과 영하로 나누어질 수 있는데 영상이면 양의 부호를, 영하이면 음의 부호로 나타낼 수 있다. 해저는 음의 부호를 사용한다.

2. 다음 중 양의 부호 + 또는 음의 부호 - 를 붙여서 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?(정답 2개) [배점 2, 하하]

- ① 출발 후 4 일 : +4 일
- ② 로켓 발사 3 분 후 : -3 분
- ③ 3000 원 수입 : +3000 원
- ④ 해발 3574m : +3574m
- ⑤ 영하 25°C : +25°C

해설

로켓 발사 3 분 후는 발사한 이후이므로 +3 이 된다. 수입은 양의 부호, 지출은 음의 부호를 쓴다. 온도는 0°C 기준으로 영상이면 양의 부호를 영하이면 음의 부호를 사용한다. 영하 25°C 는 -25°C 가 된다.

3. $A = (-16) \div (-2) \div (-4)$, $B = (-2)^3 \times 3 \div (-2)^2$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하면? [배점 2, 하중]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ -4
- ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} A &= (-16) \div (-2) \div (-4) \\ &= 8 \div (-4) = -2 \\ B &= (-2)^3 \times 3 \div (-2)^2 \\ &= (-8) \times 3 \div 4 \\ &= (-24) \div 4 \\ &= -6 \\ A - B &= -2 - (-6) = 4 \end{aligned}$$

4. $[x \text{는 } -3 \text{보다 크고 } 4 \text{보다 작거나 같다.}]$ 를 부등호를 사용하여 바르게 나타낸 것을 고르면? [배점 2, 하중]

- ① $x \leq -3$ 또는 $x < 4$
- ② $x < -3$ 또는 $x \leq 4$
- ③ $-3 < x < 4$
- ④ $-3 < x \leq 4$
- ⑤ $-3 \leq x \leq 4$

해설

x 는 -3 보다 크다 : $x > -3$

x 는 4 보다 작거나 같다 : $x \leq 4$

위의 두 설명을 합치면, $-3 < x \leq 4$ 이다.

5. 두 정수 a, b 는 절댓값이 같고 부호가 서로 반대인 수이다. 두 수의 차가 12 일 때, 두 수 a, b 를 구하면?
(단, $a > b$) [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 6$

▶ 정답 : $b = -6$

해설

절댓값이 같고 부호가 서로 반대인 수는 원점으로부터의 거리가 같다. 두 수의 차가 12 이므로 원점으로부터의 거리가 6 이다. 이때, $a > b$ 이므로 a 는 원점을 기준으로 오른쪽으로 6 만큼 이동한 $+6$ 이고 b 는 원점을 기준으로 왼쪽으로 6 만큼 이동한 -6 이다.

따라서 $a = 6, b = -6$ 이 된다.

6. 다음 보기 중 계산 결과가 다른 것은?

㉠ $(-30) \div (+6)$

㉡ $(-20) \div (-2) \div (-2)$

㉢ $(+40) \div (-8)$

㉣ $(+30) \div (-3) \div (-2)$

㉤ $(-5) \div (+1)$

㉥ $(-100) \div (-20) \div (-1)$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $(-30) \div (+6) = -5$

㉡ $(-20) \div (-2) \div (-2) = -5$

㉢ $(+40) \div (-8) = -5$

㉣ $(+30) \div (-3) \div (-2) = +5$

㉤ $(-5) \div (+1) = -5$

㉥ $(-100) \div (-20) \div (-1) = -5$

7. $A = \{(a, b) \mid |a| = |b| \text{이고, } a \text{와 } b \text{ 사이의 거리가 } 5 \text{ 이하인 정수 } a, b\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 의 원소가 아닌 것을 고르시오. [배점 3, 중하]

① $(1, 1)$

② $(2, -2)$

③ $(-1, 1)$

④ $(3, -3)$

⑤ $(0, 0)$

해설

$|a| = |b|$ 이면, a 와 b 사이의 거리는 $2|a| (= 2|b|)$ 이다. $2|a| \leq 5$ 라고 했으므로, $-5 \leq 2a \leq 5$ 이다.

$-\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2} \leq b \leq \frac{5}{2}$, a, b 는 정수.

$a = -2, -1, 0, 1, 2$ $b = -2, -1, 0, 1, 2$ 이다.

따라서

$A = \{(-2, -2), (-2, 2), (-1, -1), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, -1), (2, 2), (2, -2)\}$ 이다.

8. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 절댓값은 항상 0 보다 크다.
- ② 음의 정수끼리는 절댓값이 큰 수가 크다.
- ③ 부호가 다른 두 수의 합의 부호는 두 수 중 절댓값이 큰 수의 부호와 같다.
- ④ -4 의 절댓값이 $+4$ 의 절댓값보다 작다.
- ⑤ 절댓값이 같다면 부호는 항상 같다.

해설

- ① 절댓값은 항상 0 과 같거나 크다.
- ② 음의 정수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.
- ④ $|-4| = 4 = |+4|$
- ⑤ 0 을 제외하고, 항상 절댓값이 같은 두 수가 존재한다.

9. $|a| = 5$, $|b| = 8$ 일 때, $a - b$ 의 값 중 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -10
- ② -26
- ③ 0
- ④ 26
- ⑤ 10

해설

$|a| = 5$ 이므로 $a = +5, -5$

$|b| = 8$ 이므로 $b = +8, -8$

$a - b$ 의 값은 다음과 같다.

$a = +5, b = +8$ 일 때, $(+5) - (+8) = -3$

$a = +5, b = -8$ 일 때, $(+5) - (-8) = +13$

$a = -5, b = +8$ 일 때, $(-5) - (+8) = -13$

$a = -5, b = -8$ 일 때, $(-5) - (-8) = +3$

$\therefore M = 13, m = -13$

$\therefore M - m = 26$

10. $|a| = 15$, $|b| = 18$ 일 때, $a - b$ 의 값 중 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \div m$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$a = 15, -15, b = 18, -18$

$a - b$ 의 값은 4 가지 경우이다.

$a = 15, b = 18$ 일 때, $15 - 18 = -3$

$a = 15, b = -18$ 일 때, $15 - (-18) = 33$

$a = -15, b = 18$ 일 때, $-15 - 18 = -33$

$a = -15, b = -18$ 일 때, $-15 - (-18) = 3$

$\therefore M = 33, m = -33$

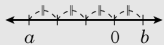
$\therefore M \div m = 33 \div (-33) = -1$

11. 두 정수 a, b 를 수직선 위에 나타내면 두 수 사이의 거리는 12 이고 $|a| = 3|b|$ 일 때, 가능한 a, b 의 값 중 가장 큰 a 와 가장 작은 b 를 더한 값은 얼마인가?
[배점 5, 중상]

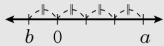
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 10 ⑤ 12

해설

(i) $a < 0, b > 0$ 또는 $a > 0, b < 0$ 일 때,

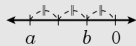


또는

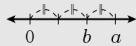


이다. $12 \div 4 = 3$ 이므로 $a = -9, b = 3$ 또는 $a = 9, b = -3$ 이다.

(ii) $a < 0, b < 0$ 또는 $a > 0, b > 0$ 일 때,



또는



이다. $12 \div 2 = 6$ 이므로 $a = -18, b = -6$ 또는 $a = 18, b = 6$ 이다.

따라서 가장 큰 $a = 18$ 가장 작은 $b = -6$ 으로 두 수의 합은 12 이다.

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{ 는 } 3\text{보다 작지 않은 정수}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 는 절댓값이 } 4\text{보다 크지 않은 정수}\}$, $C = \{x \mid 1 < x < 6 \text{인 짝수}\}$ 일 때, $(A \cap B) \cup C$ 의 원소의 개수를 구하여라
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$A = \{3, 4, 5, \dots\}$, $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $C = \{2, 4\}$ 이므로 $(A \cap B) \cup C = \{2, 3, 4\}$ 이다.

13. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a - 2b| = 4$, $|a| = |b|$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -4

▷ 정답: 4

해설

$|a| = |b|$ 이므로, $b = a$ 일 때와 $b = -a$ 일 때를 나누어 구해 본다.

1) $b = a$ 일 때,

$$|a - 2b| = 4, |-a| = 4$$

따라서 $a = -4, 4$ 이다.

2) $b = -a$ 일 때,

$$|a - 2b| = 4, |3a| = 4$$

따라서 정수가 되는 a 의 값이 없다.

$$\therefore a = -4, 4$$

14. 집합 $A = \{x \mid |1| \leq x \text{인 } 0 \text{이 아닌 유리수}\}$ 의 부분집합 $B = \left\{x \mid \frac{2}{x} = k, k \text{는 정수}\right\}$ 일 때, 집합 B 의 원소들의 총합을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$|1| \leq x$ 이므로,
 k 가 정수가 되는 x 의 값은 $-2, -1, 1, 2$ 이다.
 $B = \{-2, -1, 1, 2\}$
 따라서 집합 B 의 원소들의 총합은 0 이다.

15. 네 정수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족할 때, a 와 부호가 같은 것을 모두 구하여라

$$ab + cd < 0, \quad \frac{a}{b} > 0, \quad a + b + c = 0 \quad [\text{배점 6, 상중}]$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : b

▷ 정답 : d

해설

$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 $a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때로 나누어 풀어 본다.

(1) $a > 0$ 이면, $b > 0$ 이다.

$a + b + c = 0, \quad c < 0$ 이다.

$ab + cd < 0, \quad ab > 0$ 이므로 $d > 0$ 이다.

(1) $a < 0$ 이면, $b < 0$ 이다.

$a + b + c = 0, \quad c > 0$ 이다.

$ab + cd < 0, \quad ab > 0$ 이므로 $d < 0$ 이다.

따라서 항상 a 와 부호가 같은 것은 b, d 이다.

16. 0 이 아닌 정수 a, b, c, d 에 대하여

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|}$$
 의 값이

될 수 있는 수를 모두 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : -5

해설

a, b, c, d 를 음수의 개수에 따라 나누어 식을 풀어 볼 수 있다.

1) a, b, c, d 모두 양수이면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|}$$

$$= \frac{3abcd}{abcd} = 3$$

2) 음수가 하나라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|}$$

$$= \frac{-3abcd}{-abcd} = 3$$

3) 음수가 둘이라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|}$$

$$= \frac{-abcd}{abcd} = -1$$

4) 음수가 셋이라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|}$$

$$= \frac{abcd}{-abcd} = -1$$

5) 모두 음수라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|}$$

$$= \frac{-5abcd}{abcd} = -5$$

17. 정수 전체의 집합 U 의 부분집합 $A_k = \left\{x \mid \frac{k}{|x|} = n, n \text{은 자연수}\right\}$ 일 때, $A_6 \cup (A_{120} \cap A_{180})$ 의 원소들의 총합을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} A_8 &= \left\{x \mid \frac{8}{|x|} = n = \{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\}\right\} \\ A_{120} \cap A_{180} &= A_{60} \\ &= \{-60, -30, -20, -15, -12, -10, -6, -5, -4, \\ &\quad -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\} \\ A_6 \cup (A_{120} \cap A_{180}) &= \{-60, -30, -20, -15, -12, -10, -8, -6, -5, \\ &\quad -4, -2, -1, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 30, 60\} \\ \therefore A_6 \cup (A_{120} \cap A_{180}) \text{의 원소의 총합은 } 0 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

18. 전체집합 $U = \{x \mid |x| \leq 150, x \text{는 정수}\}$ 의 부분집합 $A_k = \{x \mid |x| = kn, n \text{은 음이 아닌 정수}\}$ 에 대하여 $n(A_4 - (A_6 \cup A_8))$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} A_k &= \{x \mid |x| = kn, n \text{은 음이 아닌 정수}\} \text{는 } k \text{의 배수의 집합이다.} \\ n(A_4 - (A_6 \cup A_8)) &= n(A_4) - n(A_6) - n(A_8) + n(A_6 \cap A_8) \\ &= n(A_4) - n(A_6) - n(A_8) + n(A_{24}) \\ &= 75 - 51 - 37 + 13 \\ &= 0 \end{aligned}$$