

# 문제 풀이 과제

1. 다음 중 양의 정수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?  
(정답 2개) [배점 2, 하하]

- ① 지하 5 층
- ② 용돈 5000 원을 받음
- ③ 지난주보다 3.5kg 몸무게 증가
- ④ 영하 8°C
- ⑤ 해저 350m

**해설**

지하 5 층은 지상과 반대이므로 음의 부호를 사용한다. 이익, 증가는 양의 부호로 나타낸다. 온도는 0°C 를 기준으로 영상과 영하로 나누어질 수 있는데 영상이면 양의 부호를, 영하이면 음의 부호로 나타낼 수 있다. 해저는 음의 부호를 사용한다.

2. 다음 중 양의 부호 + 또는 음의 부호 - 를 붙여서 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?  
(정답 2개) [배점 2, 하하]

- ① 출발 후 4 일 : +4 일
- ② 로켓 발사 3 분 후 : -3 분
- ③ 3000 원 수입 : +3000 원
- ④ 해발 3574m : +3574m
- ⑤ 영하 25°C : +25°C

**해설**

로켓 발사 3 분 후는 발사한 이후이므로 +3 이 된다. 수입은 양의 부호, 지출은 음의 부호를 쓴다. 온도는 0°C 기준으로 영상이면 양의 부호를 영하이면 음의 부호를 사용한다. 영하 25°C 는 -25°C 가 된다.

3.  $A = (-16) \div (-2) \div (-4)$  ,  $B = (-2)^3 \times 3 \div (-2)^2$  일 때,  $A - B$  의 값을 구하면? [배점 2, 하중]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ -4
- ⑤ -2

**해설**

$$\begin{aligned}
 A &= (-16) \div (-2) \div (-4) \\
 &= 8 \div (-4) = -2 \\
 B &= (-2)^3 \times 3 \div (-2)^2 \\
 &= (-8) \times 3 \div 4 \\
 &= (-24) \div 4 \\
 &= -6 \\
 A - B &= -2 - (-6) = 4
 \end{aligned}$$

4. [ $x$ 는 -3보다 크고 4보다 작거나 같다.] 를 부등호를 사용하여 바르게 나타낸 것을 고르면?

[배점 2, 하중]

- ①  $x \leq -3$  또는  $x < 4$
- ②  $x < -3$  또는  $x \leq 4$
- ③  $-3 < x < 4$
- ④  $-3 < x \leq 4$
- ⑤  $-3 \leq x \leq 4$

해설

$x$  는  $-3$  보다 크다 :  $x > -3$   
 $x$  는  $4$  보다 작거나 같다 :  $x \leq 4$   
위의 두 설명을 합치면,  $-3 < x \leq 4$  이다.

5. 두 정수  $a, b$  는 절댓값이 같고 부호가 서로 반대인 수이다. 두 수의 차가  $12$  일 때, 두 수  $a, b$  를 구하면?  
(단,  $a > b$ ) [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 6$

▷ 정답:  $b = -6$

해설

절댓값이 같고 부호가 서로 반대인 수는 원점으로 부터의 거리가 같다. 두 수의 차가  $12$  이므로 원 점으로부터의 거리가  $6$  이다. 이때,  $a > b$  이므로  $a$  는 원점을 기준으로 오른쪽으로  $6$  만큼 이동한  $+6$  이고  $b$  는 원점을 기준으로 왼쪽으로  $6$  만큼 이동한  $-6$  이다.  
따라서  $a = 6, b = -6$  이 된다.

6. 다음 보기 중 계산 결과가 다른 것은?

- ㉠  $(-30) \div (+6)$
- ㉡  $(-20) \div (-2) \div (-2)$
- ㉢  $(+40) \div (-8)$
- ㉣  $(+30) \div (-3) \div (-2)$
- ㉤  $(-5) \div (+1)$
- ㉥  $(-100) \div (-20) \div (-1)$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

- ㉠  $(-30) \div (+6) = -5$
- ㉡  $(-20) \div (-2) \div (-2) = -5$
- ㉢  $(+40) \div (-8) = -5$
- ㉣  $(+30) \div (-3) \div (-2) = +5$
- ㉤  $(-5) \div (+1) = -5$
- ㉥  $(-100) \div (-20) \div (-1) = -5$

7.  $A = \{(a, b) \mid |a| = |b| \text{이고, } a \text{와 } b \text{ 사이의 거리가 } 5 \text{ 이하인 정수 } a, b\}$  일 때, 다음 중 집합  $A$  의 원소가 아닌 것을 고르시오. [배점 3, 중하]

- ①  $(1, 1)$       ②  $(2, -2)$       ③  $(-1, 1)$
- ④  $(3, -3)$       ⑤  $(0, 0)$

해설

$|a| = |b|$  이면,  $a$  와  $b$  사이의 거리는  $2|a| (= 2|b|)$  이다.  $2|a| \leq 5$  라고 했으므로,  $-5 \leq 2a \leq 5$  이다.

$-\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ ,  $-\frac{5}{2} \leq b \leq \frac{5}{2}$ ,  $a, b$ 는 정수.

$a = -2, -1, 0, 1, 2$   $b = -2, -1, 0, 1, 2$ 이다.  
따라서

$A = \{(-2, -2), (-2, 2), (-1, -1), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, -1), (2, 2), (2, -2)\}$ 이다.

8. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 절댓값은 항상 0 보다 크다.
- ② 음의 정수끼리는 절댓값이 큰 수가 크다.
- ③ 부호가 다른 두 수의 합의 부호는 두 수 중 절댓값이 큰 수의 부호와 같다.
- ④  $-4$  의 절댓값이  $+4$  의 절댓값보다 작다.
- ⑤ 절댓값이 같다면 부호는 항상 같다.

해설

- ① 절댓값은 항상 0 과 같거나 크다.
- ② 음의 정수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.
- ④  $|-4| = 4 = |+4|$
- ⑤ 0 을 제외하고, 항상 절댓값이 같은 두 수가 존재한다.

9.  $|a| = 5, |b| = 8$  일 때,  $a - b$  의 값 중 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M - m$  의 값은?

[배점 4, 중중]

- ①  $-10$                       ②  $-26$                       ③  $0$
- ④  $26$                               ⑤  $10$

해설

$|a| = 5$  이므로  $a = +5, -5$

$|b| = 8$  이므로  $b = +8, -8$

$a - b$  의 값은 다음과 같다.

$a = +5, b = +8$ 일 때,  $(+5) - (+8) = -3$

$a = +5, b = -8$ 일 때,  $(+5) - (-8) = +13$

$a = -5, b = +8$ 일 때,  $(-5) - (+8) = -13$

$a = -5, b = -8$ 일 때,  $(-5) - (-8) = +3$

$\therefore M = 13, m = -13$

$\therefore M - m = 26$

10.  $|a| = 15, |b| = 18$  일 때,  $a - b$  의 값 중 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M \div m$  의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

해설

$a = 15, -15, b = 18, -18$

$a - b$  의 값은 4 가지 경우이다.

$a = 15, b = 18$ 일 때,  $5 - 18 = -3$

$a = 15, b = -18$ 일 때,  $15 - (-18) = 33$

$a = -15, b = 18$ 일 때,  $-15 - 18 = -33$

$a = -15, b = -18$ 일 때,  $-15 - (-18) = 3$

$\therefore M = 33, m = -33$

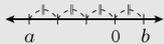
$\therefore M \div m = 33 \div (-33) = -1$

11. 두 정수  $a, b$  를 수직선 위에 나타내면 두 수 사이의 거리는 12 이고  $|a| = 3|b|$  일 때, 가능한  $a, b$  의 값 중 가장 큰  $a$ 와 가장 작은  $b$  를 더한 값은 얼마인가?  
[배점 5, 중상]

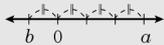
- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 10    ⑤ 12

**해설**

(i)  $a < 0, b > 0$  또는  $a >, b < 0$  일 때,

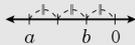


또는

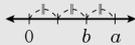


이다.  $12 \div 4 = 3$  이므로  $a = -9, b = 3$  또는  $a = 9, b = -3$  이다.

(ii)  $a < 0, b < 0$  또는  $a > 0, b > 0$  일 때,



또는



이다.  $12 \div 2 = 6$  이므로  $a = -18, b = -6$  또는  $a = 18, b = 6$  이다.

따라서 가장 큰  $a = 18$  가장 작은  $b = -6$ 으로 두 수의 합은 12 이다.

12. 세 집합  $A, B, C$  에 대하여  $A = \{x \mid x \text{ 는 } 3\text{보다 작지 않은 정수}\}, B = \{x \mid x \text{ 는 절댓값이 } 4\text{보다 크지 않은 정수}\}, C = \{x \mid 1 < x < 6 \text{인 짝수}\}$  일 때,  $(A \cap B) \cup C$  의 원소의 개수를 구하여라  
[배점 5, 중상]

- ▶ 답: 3  
▷ 정답: 3

**해설**

$A = \{3, 4, 5, \dots\}, B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}, C = \{2, 4\}$  이므로  $(A \cap B) \cup C = \{2, 3, 4\}$  이다.

13. 두 정수  $a, b$  에 대하여  $|a - 2b| = 4, |a| = |b|$  를 만족하는  $a$  의 값을 모두 구하여라.  
[배점 5, 상하]

- ▶ 답:  
▶ 답:  
▷ 정답: -4  
▷ 정답: 4

**해설**

$|a| = |b|$  이므로,  $b = a$  일 때와  $b = -a$  일 때를 나누어 구해 본다.

- 1)  $b = a$  일 때,  
 $|a - 2b| = 4, |-a| = 4$   
따라서  $a = -4, 4$  이다.  
2)  $b = -a$  일 때,  
 $|a - 2b| = 4, |3a| = 4$   
따라서 정수가 되는  $a$  의 값이 없다.  
 $\therefore a = -4, 4$

14. 집합  $A = \{x \mid |1| \leq x \text{인 } 0 \text{이 아닌 유리수}\}$  의 부분집합  $B = \left\{x \mid \frac{2}{x} = k, k \text{는 정수}\right\}$  일 때, 집합  $B$  의 원소들의 총합을 구하여라.  
[배점 5, 상하]

- ▶ 답:  
▷ 정답: 0

해설

$|1| \leq x$  이므로,  
 $k$  가 정수가 되는  $x$  의 값은  $-2, -1, 1, 2$  이다.  
 $B = \{-2, -1, 1, 2\}$   
따라서 집합  $B$  의 원소들의 총합은  $0$  이다.

15. 네 정수  $a, b, c, d$  가 다음 조건을 만족할 때,  $a$  와 부호가 같은 것을 모두 구하여라

$ab + cd < 0, \frac{a}{b} > 0, a + b + c = 0$  [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $b$

▷ 정답:  $d$

해설

$\frac{a}{b} > 0$  이므로  $a > 0$  일 때와  $a < 0$  일 때로 나누어 풀어 본다.

(1)  $a > 0$  이면,  $b > 0$  이다.

$a + b + c = 0, c < 0$  이다.

$ab + cd < 0, ab > 0$  이므로  $d > 0$  이다.

(1)  $a < 0$  이면,  $b < 0$  이다.

$a + b + c = 0, c > 0$  이다.

$ab + cd < 0, ab > 0$  이므로  $d < 0$  이다.

따라서 항상  $a$  와 부호가 같은 것은  $b, d$  이다.

16.  $0$  이 아닌 정수  $a, b, c, d$  에 대하여  $\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|}$  의 값이

될 수 있는 수를 모두 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $3$

▷ 정답:  $-1$

▷ 정답:  $-5$

해설

$a, b, c, d$  를 음수의 개수에 따라 나누어 식을 풀어 볼 수 있다.

1)  $a, b, c, d$  모두 양수이면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|} = \frac{3abcd}{abcd} = 3$$

2) 음수가 하나라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|} = \frac{-3abcd}{-abcd} = 3$$

3) 음수가 둘이라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|} = \frac{-abcd}{abcd} = -1$$

4) 음수가 셋이라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|} = \frac{abcd}{-abcd} = -1$$

5) 모두 음수라면,

$$\frac{a|bcd| + b|acd| + c|abd| + d|abc| - abcd}{|abcd|} = \frac{-5abcd}{abcd} = -5$$

17. 정수 전체의 집합  $U$  의 부분집합  $A_k = \left\{x \mid \frac{k}{|x|} = n, n \text{은 자연수}\right\}$  일 때,  $A_6 \cup (A_{120} \cap A_{180})$  의 원소들의 총합을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}
 A_8 &= \frac{8}{|x|} = n = \{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\} \\
 A_{120} \cap A_{180} &= A_{60} \\
 &= \{-60, -30, -20, -15, -12, -10, -6, -5, -4, \\
 &\quad -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\} \\
 A_6 \cup (A_{120} \cap A_{180}) \\
 &= \{-60, -30, -20, -15, -12, -10, -8, -6, -5, \\
 &\quad -4, -2, -1, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 30, 60\} \\
 \therefore A_6 \cup (A_{120} \cap A_{180}) \text{의 원소의 총합은 } 0 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

18. 전체집합  $U = \{x \mid |x| \leq 150, x \text{는 정수}\}$  의 부분집합  $A_k = \{x \mid |x| = kn, n \text{은 음이 아닌 정수}\}$  에 대하여  $n(A_4 - (A_6 \cup A_8))$  의 값을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}
 A_k &= \{x \mid |x| = kn, n \text{은 음이 아닌 정수}\} \text{는 } k \text{의 배수의 집합이다.} \\
 n(A_4 - (A_6 \cup A_8)) \\
 &= n(A_4) - n(A_6) - n(A_8) + n(A_6 \cap A_8) \\
 &= n(A_4) - n(A_6) - n(A_8) + n(A_{24}) \\
 &= 75 - 51 - 37 + 13 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$