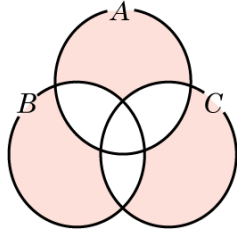


집합의 뜻과 표현-집합의 연산(1)

1. 1에서 100까지의 자연수 중에서 $A = \{x|x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수는?



[배점 5.0, 상하]

- ① 48 개 ② 67 개 ③ 75 개
④ 77 개 ⑤ 85 개

해설

색칠한 부분에 속하는 원소의 개수는

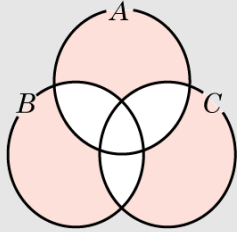
$$n(A) + n(B) + n(C) - 2 \times n(A \cap B) - 2 \times n(B \cap C) - 2 \times n(C \cap A) + 3 \times n(A \cap B \cap C) \text{ 이다.}$$

$$n(A) = 50, n(B) = 33, n(C) = 20, A \cap B = \{x|x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 16$$

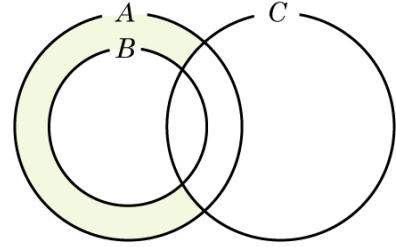
$$B \cap C = \{x|x \text{는 } 15\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(B \cap C) = 6, C \cap A = \{x|x \text{는 } 10\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(C \cap A) = 10$$

$$A \cap B \cap C = \{x|x \text{는 } 30\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(A \cap B \cap C) = 3$$

$$\text{따라서 } 50 + 33 + 20 - 2 \times 16 - 2 \times 6 - 2 \times 10 + 3 \times 3 = 48 \text{ 이다.}$$



2. 집합 $A = \{x|x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\}$, $B = \{2x+1|x \text{은 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$, $C = \{x|\frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5.0, 상중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

그림에 색칠된 부분은 $A - B - C$ 인 것을 알 수 있다.

$$A = \{x|x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\},$$

$$B = \{2x+1|x \text{은 } 5\text{보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9\},$$

$$C = \{x|\frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\} = \{7, 17, 27, 37, 47, \dots\},$$

따라서 $(A - B) - C = \{1, 11, 13, 15, 19\}$ 이고 원소의 개수는 5 개이다.

3. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}$, $c \notin X$, $X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5.0, 상중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.
 $2^{6-2-2} = 2^2 = 4$ (개)

4. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각
 $A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$,
 $B = \{x | x \text{는 보다 큰 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의 값을 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\} = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
 $B = \{x | x \text{는 두 자리 자연수}\} = \{10, 11, 12, 13, \dots\}$
 $(A^c \cup B)^c = A \cap B^c = A - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 이므로
 $n(A^c \cup B)^c = 7$

5. 두 집합 P, Q 에 대하여 집합의 연산 Δ 을
 $X \Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 로 약속할 때, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 8\}$, $C = \{4, a\}$ 에 대하여 다음과 같다면 a 의 값은?

$$(A \Delta B) \Delta C = \{1, 4, 9\}$$

[배점 5.0, 상하]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 8\}$, $C = \{4, a\}$
 $A \Delta B = \{1\}$, $\{1\} \Delta C = \{1, 4, 9\}$ 를 만족하려면
 집합 C 에는 1은 없어야 하고 9는 있어야 한다.
 $\therefore a = 9$

6. 두 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\}$, $B = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하여라. [배점 4.5, 중상]

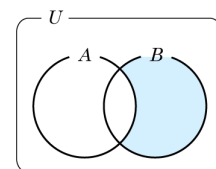
▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
 따라서 $n(A) = 4$, $n(B) = 3$ 이고, $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

7. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합이 아닌 것을 고르면?

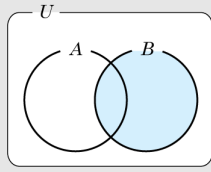


[배점 4.5, 중상]

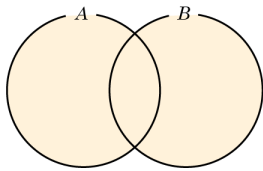
- ① $B - A$ ② $A^c \cap B$
 ③ $(A \cup B) - A$ ④ $B - (A \cap B)$
 ⑤ $(A \cup B) \cap B$

해설

⑤ $(A \cup B) \cap B = B$



8. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 24\}$, $B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 최댓값을 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{4, 8, 16, 32, 64, 96\}$ 이 된다.

색칠한 부분의 원소는 $\{1, 2, 4, 8, 16, 24, 32, 64, 96\}$ 이다.

이때, 가장 큰 원소는 96이다.

9. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

[배점 4.5, 중상]

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개

- ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$

$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,

$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$

$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8$ (개)

10. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수 중 한 자리수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } a \text{보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여

$n(A) = 2 \times n(B)$ 를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 이고, $n(A) = 2 \times n(B)$ 에서 $n(A) = 6$ 이므로 $6 = 2 \times n(B)$ 이다. 따라서 $n(B) = 3$ 이 되고, $n(B)$ 가 3이 되려면 a 는 4가 되어야 한다.

11. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면?
[배점 4.5, 중상]

- ① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합
- ② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
- ③ 무한집합
- ④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합
- ⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 친구들의 대화 중 옳지 않게 말한 사람은 누구인지 말하여라.

성실 : 집합 A 에 속하지 않는 원소는 2, 4, 5야.
모범 : 집합 A 에 속하거나 속하지 않는 원소들의 집합은 전체집합 U 와 같아.
다정 : 집합 B 에만 속하는 원소는 5 밖에 없어.

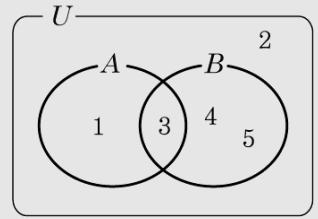
[배점 4.0, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 다정

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다. $\therefore$ 다정 : 집합 B 에만 속하는 원소는 4, 5이다.



13. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a\}$, $B - A = \{c\}$, $A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?
[배점 4.0, 중중]

- ① $\{b\}$
- ② $\{d\}$
- ③ $\{b, d\}$
- ④ $\{b, c, d\}$
- ⑤ $\{d, e\}$

해설

$A - B = \{a\}$, $B - A = \{c\}$, $A^c \cap B^c = \{b, e\}$
이므로 $A \cap B = \{d\}$ 이다.

14. $n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\})$ 의 값을 구하면?
[배점 4.0, 중중]

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\})$
 $= 5 + 3 + 1 = 9$

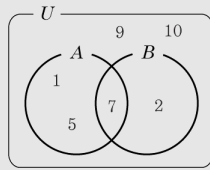
15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A^c = \{2, 9, 10\}$, $B^c = \{1, 5, 9, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 7\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합은?

[배점 4.0, 중중]

- ① 2 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 13

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore B = \{2, 7\}$ 이므로 집합 B 의 원소의 합은 9 이다.

16. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

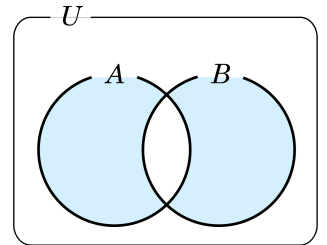
[배점 4.0, 중중]

- ① $n(\{2\}) < n(\{3\})$
 ② $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.
 ③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.
 ④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

- ① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$
 ② $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.
 ④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$
 ⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $n(A) = n(B) = 4$

17. 다음 벤 다이어그램의
 색칠한 부분을 나타내
 는 집합을 고르면?

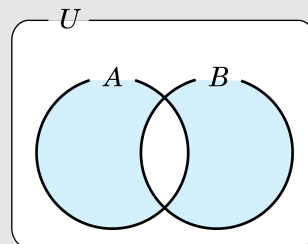


[배점 4.0, 중중]

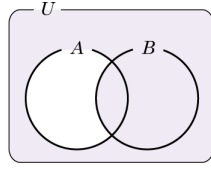
- ① $A - B$
 ② $B - A$
 ③ $(A \cap B)^c$
 ④ $(A \cup B)^c$
 ⑤ $(A - B) \cup (B - A)$

해설

- ⑤ $(A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



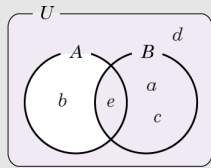
18. $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{b, e\}, B = \{a, c, e\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



[배점 3.5, 하상]

- ① $\{a, b, c, d\}$ ② $\{a, b, c, e\}$
 ③ $\{a, c, d, e\}$ ④ $\{a, b, d, e\}$
 ⑤ $\{a, b, c, d, e\}$

해설



따라서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $\{a, c, d, e\}$ 이다.

19. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고 A, B 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 B 의 부분집합인 것은?

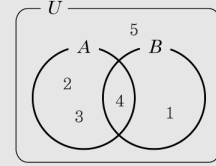
- ㉠ $A \cap B = \{4\}$ ㉡ $A - B = \{2, 3\}$
 ㉢ $(A \cup B)^c = \{5\}$

[배점 3.5, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$
 ④ $\{2, 5\}$ ⑤ $\{4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 4\}$ 이다. 따라서 B 의 부분집합인 것은 $\{4\}$ 이다.



20. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① $\{a, b\}$
 ② $\emptyset$
 ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{12\}$: 유한집합
 ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합