

문제 풀이 과제

1. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
 $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
 $a = 21 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.
 $21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$
 $21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$
 $\therefore 756 - 189 = 567$

2. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$
 $\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7, 8$

3. 다음 무리수 중 가장 작은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $2\sqrt{7}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{5}$
 ④ $5\sqrt{4}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$
 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

4. $\sqrt{180x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 x 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$180x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times x$ 이고,
 x 는 가장 작은 두 자리의 자연수이므로
 $x = 2^2 \times 5 = 20$ 이다.

5. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$,
 $a < 1$ 이므로 $\sqrt{(a-1)^2} = -(a-1) = 1-a$
 따라서 $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2} = a + 1 - a = 1$ 이다.

6. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- (㉠) 49의 제곱근은 ± 7 이다.
- (㉡) $\sqrt{144}$ 의 제곱근은 ± 12 이다.
- (㉢) 200의 제곱근은 ± 20 이다.
- (㉣) -4 의 제곱근은 없다.
- (㉤) $-\sqrt{25}$ 는 -5 와 같다.

[배점 4, 중중]

- ① (㉠), (㉡) ② (㉡), (㉢), (㉤) ③ (㉠), (㉢)
- ④ (㉡), (㉣), (㉤) ⑤ (㉠), (㉢), (㉣)

해설

- (㉡) ($\sqrt{144}$ 의 제곱근) = (12의 제곱근) = $\pm\sqrt{12}$
- (㉢) (200의 제곱근) = $\pm 10\sqrt{2}$

7. $\sqrt{3x-1} \leq 2$ 일 때, 만족하는 정수 x 값의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 1개

해설

$\sqrt{3x-1} \leq 2, 0 \leq 3x-1 \leq 4, \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$
따라서, 만족하는 정수 x 의 값은 1의 1개뿐이다.

8. $0 < x < 2$ 일 때,

$\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$ 을 간단히 하면?
[배점 4, 중중]

- ① x ② $4-x$ ③ $x+4$
- ④ $3x+4$ ⑤ $4-3x$

해설

$0 < x < 2$ 에서 $-x < 0, x-2 < 0, 2-x > 0$
 $\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$
 $= -(-x) - \{-(x-2)\} + (2-x)$
 $= x + (x-2) + (2-x) = x$

9. $3.\dot{9}$ 의 음의 제곱근을 a 라고 할 때, a 의 값을 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① -12 ② -6 ③ -4
- ④ -2 ⑤ $-\sqrt{3.9}$

해설

$3.\dot{9} = \frac{39-3}{9} = 4$, 4의 음의 제곱근은 -2

10. 부등식 $\sqrt{5} < 2x-1 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$(\sqrt{5} + 1) \div 2 < x < (\sqrt{27} + 1) \div 2$$

$$1. \times \times \times < x < 3. \times \times \times$$

$$\therefore x = 2, 3$$

11. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$$

$$\therefore a = 9$$

$$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$$

$$\therefore b = -5$$

$$\therefore a + b = 9 - 5 = 4$$

12. $4 < \sqrt{|2x-4|} < 5$ 를 만족하는 정수 x 의 값을 모두 찾아 그 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$$4 < \sqrt{|2x-4|} < 5$$

$$2x-4 \geq 0 \text{ 일 때,}$$

$$16 < 2x-4 < 25, 10 < x < 14.5$$

$$2x-4 < 0 \text{ 일 때,}$$

$$-25 < 2x-4 < -16, -10.5 < x < -6$$

$$x = -10, -9, -8, -7, 11, 12, 13, 14$$

$$-10 - 9 - 8 - 7 + 11 + 12 + 13 + 14 = 16$$

13. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

14. $\{x|300 \leq x \leq 600, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 5개 ② 52개 ③ 100개

④ 101개 ⑤ 301개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고 이 때, $x = 3k^2$ (k 는 자연수) 이다.
 $300 \leq 3k^2 \leq 600 \Leftrightarrow 100 \leq k^2 \leq 200$
 $k^2 = 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$
 $\therefore x$ 의 개수는 5 개

15. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[배점 5, 중상]

- ① $-12a$ ② $12a$ ③ $12a^2$
 ④ $-12a^2$ ⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로,
 $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$
 $-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$
 $\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$

16. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

[배점 5, 상하]

- ① $(\sqrt{3})^2$ ② $\sqrt{9}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$
 ④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$ ⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

- ①, ②, ③, ⑤ : 3
 ④ : $3\sqrt{3}$

17. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

[배점 5, 상하]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$
 $abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$
 $abc = 224$ 또는 $abc = 504$
 $abc = 14$ 일 때, (1, 2, 7)
 $abc = 56$ 일 때, (1, 7, 8), (2, 4, 7)
 $abc = 126$ 일 때, (2, 7, 9), (3, 6, 7)
 $abc = 224$ 일 때, (4, 7, 8)
 $abc = 504$ 일 때, (7, 8, 9)

18. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned}
3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2 \times 3^2)^2}}} \\
&= 3\sqrt{2\sqrt{18 \times (2 \times 3^2)}} \\
&= 3\sqrt{2\sqrt{(2 \times 3^2)^2}} \\
&= 3\sqrt{6^2} \\
&= 18
\end{aligned}$$

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2 - x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\
&= -(-3x) - 3(x-2) \\
&= 3x - 3x + 6 \\
&= 6
\end{aligned}$$

19. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}
A &= -\sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\
&= -|3a| \times |a| \div |2a| \div |5a| \\
&= 3a \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10}
\end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

20. $2 < x \leq 3$ 일 때,

$A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6