

단원테스트 1차

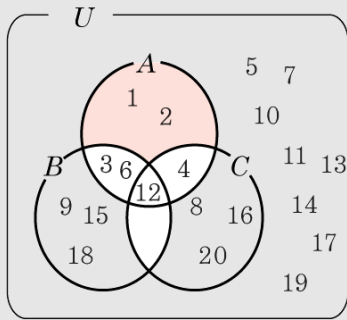
1. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C^C$ 을
원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{1, 2\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 18, 19, 20\}$,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
 $C = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로 $(A - B) \cap C^C$ 을 벤
다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore (A - B) \cap C^C = \{1, 2\}$

2. 두 집합 $A = \{-1, 0, 2a - 5, 5\}$, $B = \{0, b + 3, 3\}$
에 대하여 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{0, 3\}$
이기 위한 a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = 4$

▶ 정답: $b = -1$

해설

$A \cap B = \{0, 3\}$ 이므로 $3 \in A$

따라서 $2 \times a - 5 = 3$, $a = 4$

$A = \{-1, 0, 3, 5\}$, $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$

이므로 $2 \in B$,

$b + 3 = 2$, $b = -1$

$\therefore a = 4$, $b = -1$

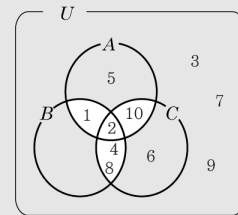
3. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일
때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합은? [배점 5, 중상]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 이
다. 따라서 원소의 합은 40 이다.

4. 두 집합 $A = \{4, 6, x\}$, $B = \{1, 3, x+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 를 만족할 때, x 의 값은?
[배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cup B = \{1, 3, 4, 6, x, x+3\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
이므로
 $x = 2$, $x+3 = 5$ 이다. 따라서 $x = 2$

5. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{4, 12, a \times 8, 16, 20, b+3, c\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값은?
[배점 5, 상하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$,
 $B = \{4, 12, a \times 8, 16, 20, b+3, c\}$ 이므로,
 $a \times 8$, $b+3$, c 는 각각 8, 24, 28 중 하나여야 한다.
 $a \times 8 = 8$ 일 때 a 값이 최소가 되고,
 $a \times 8 = 28$ 일 때 a 값이 최대가 되지만,
 $a \times 8 = 28$ 일 때의 a 값은 자연수가 아니므로 될 수 없다.
따라서 a 값이 최대일 때는 $a \times 8 = 24$ 일 때이다.
 $\therefore a = 3$

6. 두 집합 $A = \{2, 1, a+3, b\}$, $B = \{4, a, b+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

(i) $a+3 = 4$ 일 때, $a = 1$
 $A = \{2, 1, 4, b\}$
 $B = \{4, 1, b+1\}$
 $b+1 = 2$, $b = 1(\times)$
(ii) $b = 4$ 일 때,
 $A = \{2, 1, a+3, 4\}$
 $B = \{4, a, 5\}$
 $a+3 = 5$, $a = 2(\bigcirc)$
 $\therefore a+b = 2+4 = 6$

7. 두 집합 $A = \{3, 6, a+2, 10\}$, $B = \{2 \times a, 3, b, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

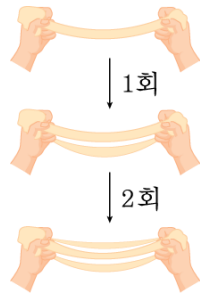
▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합 A 에 원소 5가 속해야 하므로 $a+2 = 5$ 이다. $\therefore a = 3$
 $A = \{3, 6, 5, 10\}$, $B = \{6, 3, b, 5\}$ 에서
원소 10이 집합 B 에 있어야 하므로 $b = 10$ 이다.
따라서 $a+b = 3+10 = 13$ 이다.

8. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘여 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?



[배점 6, 상중]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 ($2 \times 2 \times 2$) 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수 (가닥)	국수의 가닥 수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

9. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?
[배점 6, 상중]

- ① 144 ② 216 ③ 72
④ 96 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
② $2^3 \times 3^3$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 3$
⑤ 2×7^2

10. 다음 중 360 의 소인수의 집합의 부분집합이 아닌 것은?
[배점 6, 상중]

- ① $\{1, 2, 3\}$ ② $\{2, 3\}$ ③ $\{2\}$
④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{2, 3, 5\}$

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수의 집합은 $\{2, 3, 5\}$ 따라서 소인수의 집합의 부분집합은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}$ 이다.

11. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 8, a \times 3, 2, b + 3, c, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값과 최솟값의 차이를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 8, 12, a \times 3, b + 3, c\}$ 이므로,
 $a \times 3, b + 3, c$ 는 각각 4, 6, 24 중 하나여야 한다.
 $a \times 3 = 4$ 일 때 a 값이 최소가 되고, $a \times 3 = 24$
일 때 a 값이 최대가 되지만, $a \times 3 = 4$ 일 때의 a
값은 자연수가 아니므로 부적합하다.
따라서 a 값이 최소일 때는 $a \times 3 = 6$ 일 때이다.
최댓값 : $a = 8$
최솟값 : $a = 2$
따라서 $8 - 2 = 6$

12. $3^a = 243, 7^b = 343$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여
 $a \times b$ 의 값은? [배점 6, 상중]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$3^5 = 243, 7^3 = 343$ 므로 $a \times b = 15$ 이다.

13. $2^a = 32, 5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여
 $a \times b$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^5 = 32, 5^4 = 625$ 이므로 $a \times b = 20$ 이다.

14. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$
일 때, $A \cap X = \{a, e\}, c \notin X, X \cup B = B$ 를 만족
하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소
 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.
 $2^{6-2-2} = 2^2 = 4$ (개)

15. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{4, 8, 12, 16\}$ 에
대하여 $A * B = A - (A \cap B)$ 라 할 때, $B * (A * B)$ 의
집합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{4, 8, 12, 16\}$

해설

$A \cap B = \{4, 8\}$
 $A * B = \{2, 6\}$
 $B \cap (A * B) = \emptyset$
 $B * (A * B) = B = \{4, 8, 12, 16\}$

16. 다음 네 장의 숫자 카드 중에서 2 장을 골라 만들 수 있는 두 자리 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1, 2, 3, 4

[배점 6, 상중]

▶ 답: 개

▶ 정답: 5 개

해설

2를 제외한 소수는 홀수이므로 먼저 홀수를 만들어보면 21, 31, 41, 13, 23, 43
 $21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.
 $\therefore$ 13, 23, 31, 41, 43의 5개이다.

17. 전체집합 $U = \{a, b, c\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인가?

[배점 6, 상중]

- ① 9 쌍 ② 18 쌍 ③ 27 쌍
 ④ 36 쌍 ⑤ 45 쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ 이다.

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 8가 될 수 있는 것은 8가지이다.

$A = \{a\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.

$A = \{b\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.

$A = \{c\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.

$A = \{a, b\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.

$A = \{a, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.

$A = \{b, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.

$A = \{a, b, c\}$ 일 때, B 는 1가 될 수 있는 것은 1가지이다.

$\therefore 8 + 12 + 6 + 1 = 27(\text{쌍})$

18. 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 3 개, 8 개, 10 개이다. $(A - C) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 를 만족하는 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(C - A) + n(C - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$(A - C) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 는

$A - C = \emptyset, B - C = \emptyset \rightarrow A \subset C, B \subset C$

$\therefore n(C - A) + n(C - B) = (10 - 3) - (10 - 8) = 5$

19. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A = \{x | 0 < x \leq 10 \text{인 홀수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 두 자리의 소수}\}$, $C = \{x | x \text{는 3의 배수}\}$ 에 대하여
 $A - \{(A^c \cup B^c \cup C) \cap (A^c \cup B \cup C)\}$ 의 모든 원소의
 합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 3, 5, 7, 9\}, \\ B &= \{11, 13, 17, 19, 23, \dots, 97\}, \\ C &= \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots\}, \\ A - \{(A^c \cup B^c \cup C) \cap (A^c \cup B \cup C)\} \\ &= A - \{(A^c \cup C) \cup (B^c \cap B)\} \\ &= A - (A^c \cup C) = A \cap (A^c \cup C)^c \\ &= A \cap (A \cap C^c) = (A \cap C^c) \\ &= A - C \\ &= \{1, 5, 7\} \end{aligned}$$

20. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 10보다 작은 소수}\}$, $B = \{x | x \text{는 7로 나누어 나머지가 6인수}\}$,
 $C = \{x | x \text{는 두 자리의 홀수}\}$ 가 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합일 때, $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B)$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 3, 5, 7\}$

해설

$$\begin{aligned} A &= \{2, 3, 5, 7\}, \\ B &= \{6, 13, 20, 27, 34, \dots\}, \\ C &= \{11, 13, 15, 17, \dots, 99\} \text{ 이므로,} \\ B - A &= B \\ (A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B) \\ &= (A \cup B) \cup (C \cap C^c) - (B - A) \\ &= (A \cup B) - B \\ &= \{2, 3, 5, 7\} \end{aligned}$$

21. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 두 부분집합이 A, B 일 때, 다음 각 조건을 만족하는 집합의 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하여라.

- (1) $A \cap B = \emptyset$
 (2) $A \cup B = U$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

개

▷ 정답 : 16 개

해설

$$\begin{aligned} A \cap B &= \emptyset \text{ 이고 } A \cup B = U \text{ 이면 } n(A) + n(B) = n(U) = 4 \\ n(A) &= 0, n(B) = 4 \text{ 인 경우 : 1 개} \\ n(A) &= 1, n(B) = 3 \text{ 인 경우 : 4 개} \\ n(A) &= 2, n(B) = 2 \text{ 인 경우 : 6 개} \\ n(A) &= 3, n(B) = 1 \text{ 인 경우 : 4 개} \\ n(A) &= 4, n(B) = 0 \text{ 인 경우 : 1 개} \\ \text{따라서 순서쌍 } (A, B) \text{ 의 개수는 } &1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 \text{ (개)} \end{aligned}$$

22. $2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 의 값이 10
의 배수일 때, 두 자리 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 이 10
의 배수가 되려면,
 $9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 이 10 의 배수가 되어야
한다.
 9^n 에서 n 에 1 부터 차례대로 대입해 보면,
 9^n 의 일의 자리 수 $\rightarrow 9, 1, 9, 1, \dots$ 이므로
 $9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 은 항상 10 의 배수라는
것을 알 수 있다.
 $\therefore$ 두 자리 자연수 n 의 최댓값=99

23. 세 자리 수의 자연수의 집합 N 의 부
분집합 $A_k = \{x|x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 라고 할
때, $P = \{x|x \in A_4, x \notin A_5\}$, $Q =$
 $\{x|x \in A_3, x \notin A_5, x \notin A_6\}$ 에 대하여 $n(P) + n(Q)$
을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

$N = \{100, 101, \dots, 999\}$
 $P = \{x|x \in A_4, x \notin A_5\} \rightarrow P$ 의 원소는 4 의
배수이면서 5 의 배수가 아닌 수
 $\rightarrow n(P) = n(A_4) - n(A_4 \cap A_5) = 225 - 45 = 180$
 $Q = \{x|x \in A_3, x \notin A_5, x \notin A_6\} \rightarrow Q$ 의 원소
는 3 의 배수이면서 5, 6 의 배수가 아닌 수
 $\rightarrow n(Q) = n(A_3) - n(A_3 \cap A_5) - n(A_3 \cap A_6) +$
 $n(A_3 \cap A_5 \cap A_6) = 300 - 60 - 150 + 30 = 120$
 $\therefore n(P) + n(Q) = 300$

24. 400 보다 작은 자연수 전체의 집합의 부분집합 $A_k =$
 $\{x|x \text{는 } k \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x \in A_5, x \notin A_2, x \notin A_3, x \notin A_4\}$ 에 대하여
 $n(B)$ 를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$B = \{x|x \in A_5, x \notin A_2, x \notin A_3, x \notin A_4\}$ 를 보
면,
 B 의 원소는 5 의 배수이면서, 2, 3, 4 의 배수가
아닌 수이다.
 $A_4 \subset A_2$ 이므로, B 의 원소는 결국 5 의 배수이
면서 2, 3 의 배수가 아닌 수이다.
 $\therefore n(B)$
 $= n(A_5) - n(A_2 \cap A_5) - n(A_3 \cap A_5)$
 $+ n(A_2 \cap A_3 \cap A_5)$
 $= 80 - 40 - 26 + 13 = 27$