

테스트 확인학습

1. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 250

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로
 $\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b$ 라 하면,
 a 는 $3, 2^2 \times 3, 2^2 \times 3 \times 7^2$ 이 가능하다.
 $a = 3$ 일 때, $b = 14^2 = 196$
 $a = 2^2 \times 3$ 일 때, $b = 7^2 = 49$
 $a = 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 2^2 = 4$
 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 1^2 = 1$
 $\therefore 196 + 49 + 4 + 1 = 250$

2. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

개

▶ 정답 : 2개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면
 1 의 약수 : 1
 3 의 약수 : 1, 3
 6 의 약수 : 1, 2, 3, 6
 27 의 약수 : 1, 3, 9, 27
 29 의 약수 : 1, 29
 따라서 소수는 약수가 2 개인 수이므로 3 과 29 이다.

3. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는? [배점 3, 하상]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
 약수의 개수가 5 인 경우는
 지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
 따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는 소인수가 가장 작아야하므로
 소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
 따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는 $2^4 = 16$ 이다.

4. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

[배점 3, 하상]

① $2^2 \times 3 \times 7$ ② $3 \times 5 \times 7 \times 9$
 ③ $5 \times 7 \times 11$ ④ 13^2
 ⑤ 2^{10}

해설

① 12 개
 ② 16 개
 ③ 8 개
 ④ 3 개
 ⑤ 11 개

5. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

6. 다음 중 합성수인 것은?

[배점 3, 하상]

① 13 ② 29 ③ 41 ④ 53 ⑤ 81

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 81 이다.

7. 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 2 는 소수가 아니다.
- ㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ㉣ 소수는 모두 홀수이다.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉡ 2 는 소수이다.
- ㉢ 2 는 소수이다.

8. 약수가 12 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로
 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

9. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

10. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5^3 ② 2×3 ③ $2^2 \times 7^2$
 ④ $5^2 \times 7$ ⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $3 + 1 = 4$ (개)
 ② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)
 ⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

11. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은?
 [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (a + 1) = 12$ (개)

즉, $3 \times (a + 1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

12. 다음은 희철이가 인진에게 보낸 핸드폰 문자이다.
 암호 숫자를 구하여라.

To. 인진

인진아, 아래 숫자판에서 소수가 적힌 칸을
 모두 색칠하면 암호 숫자가 나타난대, 한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

문자 메시지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는
 2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43 이다. 16, 20, 24, 49, 98
 은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소
 수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

13. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$
 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a+b+c-l-m-n = 2+3+11-3-2-1 = 10$$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.
- ② 17 은 소수이다.
- ③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.
- ④ 2 는 소수이다.
- ⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

15. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 36 ⑤ 60

해설

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$(1+1) \times (1+1) \times (2+1) \text{ 에서 } 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

16. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 집합을 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 4\}$ ② $\{4, 5\}$
- ③ $\{5, 20\}$ ④ $\{4, 5, 20\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 5, 20\}$

해설

$$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2 \text{ 을 만족하는 자연수 } x \text{ 는 } 5, 5 \times 2^2 \text{ 이다.}$$

17. 전체집합 U

$= \{(n, n+1, n+2) | n \text{ 은 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A

$= \{(n, n+1, n+2) | n + (n+1) + n+2 = 18k\}$
 $, \{k \text{ 는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A^c)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

$$n + (n+1) + n+2 = 18k$$

$$\rightarrow 3n+3 = 18k \rightarrow n = 6k-1 \rightarrow n \text{ 은 } 6 \text{ 으로 나누어서 나머지가 } 5 \text{ 인 수이다.}$$

100 이하의 수 중 6 으로 나누어서 나머지가 5 인 수는 모두 16 개이므로,

$$n(A) = 12, n(U) = 100 \text{ 이다.}$$

$$\therefore n(A^c) = 100 - 16 = 84$$

18. $A = \{x | x \text{는 } 108 \text{의 소인수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 147 \text{의 소인수}\}$ 일 때, $A - B$ 는?
[배점 4, 중중]

- ① {2} ② {3} ③ {2, 3}
④ {3, 7} ⑤ {5, 7}

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $147 = 3 \times 7^2$ 이므로
 $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 7\}$ 이다.
 $\therefore A - B = \{2\}$

19. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 81 \text{의 소인수}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$81 = 3^4$
 $A = \{3\}$
 $\therefore n(A) = 1$

20. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 25

해설

$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$
 $3^4 \times a$ 가 홀수이므로
 a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

21. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $124 = 2^2 \times 31$ ② $54 = 2 \times 3^3$
③ $72 = 2^3 \times 3^3$ ④ $196 = 2^2 \times 7^2$
⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

22. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

- ㉠ $2^5 \times 3$ ㉡ $2^4 \times 5^2$
㉢ $2 \times 3 \times 7$ ㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$
㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ ② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣
③ ㉣, ㉠, ㉡, ㉤, ㉠ ④ ㉣, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠
⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉣

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의
추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

23. 60 에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의
제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$\begin{aligned}
 60 \times A &= B^2 \\
 60 &= 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15 \\
 2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2 \\
 B &= 2 \times 3 \times 5 = 30 \\
 \therefore A + B &= 45
 \end{aligned}$$

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
 따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times$
 $7 \times 1^2 = 35$ 이고, 두 번째 작은 자연수는
 $5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

24. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다.
골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
 2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼
 수 있다.

[배점 4, 중중]

- ① $12 = 5 + 7$ ② $14 = 3 + 11$
 ③ $16 = 5 + 11$ ④ $18 = 7 + 11$
 ⑤ $20 = 9 + 11$

25. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는
두 번째로 작은 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로,
 T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

26. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른
자연수이다. 이 때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로,
 T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

27. 자연수 x 를 소인수분해하여 곱해진 모든 수들의 합을 $S(x)$ 라 한다. (단, 1 은 생각하지 않는다.)

예를 들면, $2250 = 2 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 $S(2250) = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 = 23$

이 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해하면 세 종류의 소인수가 나타나고 $S(m) = 17$ 이라고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하시오.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 108

해설

17 을 세 종류의 소수의 합으로 나타내면,

$$17 = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = S(360)$$

$$17 = 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = S(300)$$

$$17 = 2 + 2 + 3 + 3 + 7 = S(252)$$

$$\therefore 360 - 252 = 108$$

28. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, 2 + 3 + 5 = 10$$

29. 504 의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다. 이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3, y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)

$$\therefore x - y = 3 - 1 = 2$$

30. 약수의 개수가 24 개 이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

개

▶ 정답 : 9 개

해설

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2 \\ &= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4 \\ &= 6 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

이므로 자연수는 9 개이다.

31. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

32. 24 에 가능한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수는? [배점 5, 중상]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 제곱수가 되려면

$2 \times 3, 2^3 \times 3, 2^3 \times 3^3, \dots$ 을 곱해야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 6이다.

33. 1881 는 a, b, c 의 곱으로 표현된다. $a + b + c$ 의 최솟값은 얼마인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$1881 = 3 \times 3 \times 11 \times 19$$

따라서, 순서에서 상관없이 a, b, c 가 될 수 있는 수를 살펴보면,

$(9, 11, 19), (3, 19, 33), (3, 11, 57), (3, 3, 209)$ 이다.

$$\therefore a + b + c \text{ 의 최솟값} = 9 + 11 + 19 = 39$$

34. $5^x = 125$ 를 만족하는 x 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$125 = 5^3$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

35. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 5, 상하]

① 2^4

② $2^2 \times 3^2$

③ 2×3^2

④ 3^3

⑤ 1

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	2	2^2	2^3	2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

36. 150에 가장 가까운 9의 배수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 153

해설

$9 \times 16 = 144$, $9 \times 17 = 153$ 이므로 150에 가장 가까운 9의 배수는 153이다.

37. 48에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로

가장 작은 $x = 3$

두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$

38. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 5, 상하]

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{9}\right)^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

39. 다음 중 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $72 = 2^3 \times 3^2$

㉡ $105 = 5 \times 21$

㉢ $147 = 3 \times 7^2$

㉣ $225 = 3^3 \times 5^3$

㉤ $240 = 2^3 \times 5 \times 6$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

$$\textcircled{A} 105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$\textcircled{B} 225 = 3^2 \times 5^2$$

$$\textcircled{C} 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

40. $a \times 3^2 \times 5^3$ 과 360 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360 \text{ 의 약수의 개수} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$$a = x^n \text{ 이라 두면,}$$

$$a \times 3^2 \times 5^3 \text{ 의 약수의 개수} = (n+1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$$

$$\therefore a \text{ 의 최솟값} = 2$$

41. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은? [배점 5, 상하]

- ① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 **⑤ 35**

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

42. 다음 중 100 의 약수는?

[배점 5, 상하]

① 30

② $5^2 \times 7^2$

③ 80

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100 을 소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

×	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
5^2	$5^2 \times 1 = 25$	$5^2 \times 2 = 50$	$5^2 \times 2^2 = 100$