# 테스트 확인학습

**1.** $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 $a$ , 세 번째로 큰 수를 $b$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 108

해설

$5^2$ 의 약수는 1 , 5 , $5^2$ 이고, $3 \times 7$ 의 약수는 $1, 3, 7, 3 \times 7$ 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

| × | 1 | 5 | $5^2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $1 \times 1 = 1$ | $1 \times 5 = 5$ | $1 \times 5^2 = 25$ |
| 3 | $3 \times 1 = 3$ | $3 \times 5 = 15$ | $3 \times 5^2 = 75$ |
| 7 | $7 \times 1 = 7$ | $7 \times 5 = 35$ | $7 \times 5^2 = 175$ |
| $3 \times 7$ | $3 \times 7 \times 1 = 21$ | $3 \times 7 \times 5 = 105$ | $3 \times 7 \times 5^2 = 525$ |

즉, $1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525$
따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

**2.** 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, $n$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100$ 에서 2 의 배수의 개수 : 50 개
$2^2$ 의 배수의 개수 : 25 개
$2^3$ 의 배수의 개수 : 12 개
$2^4$ 의 배수의 개수 : 6 개
$2^5$ 의 배수의 개수 : 3 개
$2^6$ 의 배수의 개수 : 1 개이고,
5 의 배수의 개수 : 20 개
$5^2$ 의 배수의 개수 : 4 개이므로

$$\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100 = 2^{97} \times 5^{24} \times \cdots = A \times (2 \times 5)^{24}$$

$\therefore n = 24$

**3.** 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 4 인 경우는
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
$2^3$ 과 $2 \times 3$ 이고
그중 $2 \times 3$ 이 더 작으므로
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

**4.** $2^a = 8,\ 6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 $a, b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$2^1 = 2,\ 2^2 = 2 \times 2 = 4,\ 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.
$6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

**5.** 72 의 소인수 전체의 집합은? [배점 3, 하상]

① $\{8, 9\}$ ② $\{2, 3\}$ ③ $\{2^3, 3^2\}$
④ $\{11, 51\}$ ⑤ $\{2, 36\}$

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2 와 3 이다.
$\therefore$ 2, 3

**6.** 다음 중 약수의 개수가 다른 것은? [배점 3, 하상]

① 54 ② 24 ③ 40 ④ 56 ⑤ 16

해설

① $54 = 2 \times 3^3 \rightarrow$ 8 개
② $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow$ 8 개
③ $40 = 2^3 \times 5 \rightarrow$ 8 개
④ $56 = 2^3 \times 7 \rightarrow$8 개
⑤ $16 = 2^4 \rightarrow$5 개

**7.** 다음 중 소인수의 집합이 다른 것은? [배점 3, 하상]

① 28 ② 56 ③ 112
④ 128 ⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
28 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
56 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
112 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
④ $128 = 2^7$ 이므로
128 의 소인수의 집합은 $\{2\}$
⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
196 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

**8.** 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은? [배점 3, 중하]

① $2^{10}$ ② $2 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^3$
④ $3 \times 5^2$ ⑤ $13^{11}$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.
① $10+1=11$ (개)
② $(1+1)\times(1+1)=4$ (개)
③ $(2+1)\times(3+1)=12$ (개)
④ $(1+1)\times(2+1)=6$ (개)
⑤ $11+1=12$ (개)

**9.** 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3\times10\times5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3\times10\times5^2$ 의 약수의 개수 구하기
풀이)
㉠10 을 소인수분해하면 $2\times5$ 이므로
㉡ $3^3\times10\times5^2=2\times3^3\times5^3$
㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면
㉣ $(0+1)\times(3+1)\times(3+1)=16$(개)이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

㉣ $2\times3^3\times5^3$ 에서 2, $3^3$, $5^3$ 의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는 $(1+1)\times(3+1)\times(3+1)=32$ (개) 이다.

**10.** 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 3, 중하]

① $19^3\times31$
② $2\times5^4$
③ $3^2\times7\times11$
④ $3^2\times11^2\times13$
⑤ $19^9$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.
① $(3+1)\times(1+1)=8$ (개)
② $(1+1)\times(4+1)=10$ (개)
③ $(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$ (개)
④ $(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$ (개)
⑤ $9+1=10$ (개)

**11.** 다음 중 소수를 모두 골라라.

| 1 | 13 | 15 | 24 | 29 | 32 | 33 | 52 | 71 | 98 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 29

▷ 정답: 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

**12.** 자연수 $a$, $b$, $c$ 에 대하여 $120a = 270b = 150c$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 최솟값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 101

해설

$120a = 2^3 \times 3 \times 5 \times a$,
$270b = 2 \times 3^3 \times 5 \times b$,
$150c = 2 \times 3 \times 5^2 \times c$ 이므로
$a$, $b$, $c$ 가 가장 작아지는 값은
$120a = 270b = 150c = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$ 이다.
$\rightarrow a = 45, b = 20, c = 36$
$\therefore a+b+c = 101$

**13.** 108 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

[배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 곱해야할 가장 작은 자연수는 3

**14.** $2^3 \times 7^2 \times a^2 \times b$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, $a$, $b$ 는 2 ,7을 제외한 소수이다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 72 개

해설

$(3+1) \times (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 72$( 개)

**15.** 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$ ㉡ $2^4 \times 5^2$
㉢ $2 \times 3 \times 7$ ㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$
㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ ② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣
③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ ④ ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠
⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.