

테스트 확인학습

1. 다음 <보기> 중 소인수분해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $52 = 13 \times 5$
- ㉡ $20 = 2^2 \times 5$
- ㉢ $80 = 2^4 \times 5$
- ㉣ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
- ㉤ $84 = 2^2 \times 3^3$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $52 = 2^2 \times 13$
- ㉤ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

2. 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100$ 에서 2의 배수의 개수 : 50 개
 2^2 의 배수의 개수 : 25 개
 2^3 의 배수의 개수 : 12 개
 2^4 의 배수의 개수 : 6 개
 2^5 의 배수의 개수 : 3 개
 2^6 의 배수의 개수 : 1 개이고,
 5의 배수의 개수 : 20 개
 5^2 의 배수의 개수 : 4 개이므로
 $\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100 = 2^{97} \times 5^{24} \times \dots$
 $= A \times (2 \times 5)^{24}$
 $\therefore n = 24$

3. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 12 ② 18 ③ 32 ④ 36 ⑤ 75

해설

- ① $12 = 2^2 \times 3$
 $\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$
- ② $18 = 2 \times 3^2$
 $\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$
- ③ $32 = 2^5$
 $\therefore (5+1) = 6(\text{개})$
- ④ $36 = 2^2 \times 3^2$
 $\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$
- ⑤ $75 = 3 \times 5^2$
 $\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

9. 18에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수로 옳은 것을 가장 작은 것부터 3개를 써라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 8

▷ 정답: 18

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$$(2 \times 3^2) \times x = y^2$$

$$x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$$

$$= 2, 8, 18, \dots$$

10. 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ 1은 소수이다.

㉡ 2는 소수가 아니다.

㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.

㉣ 소수는 모두 홀수이다.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

㉠ 1은 소수가 아니다.

㉡ 2는 소수이다.

㉢ 2는 소수이다.

11. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기
풀이)

㉠ 10을 소인수분해하면 2×5 이므로

$$\text{㉡ } 3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$$

㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1을 더하여 곱하면

$$\text{㉣ } (0+1) \times (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개}) \text{이다.}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

㉢ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3
이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (3+1) \times (3+1) = 32$
(개)이다.

해설

㉠ $2^4 \neq 4^3$

㉡ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

16. 18 개의 약수를 갖는 가장 작은 자연수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 180

해설

$18 = 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(1+1) \times (2+1) \times (2+1)$ 에서 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

17. 자연수 a, b, c 에 대하여 $120a = 270b = 150c$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 최솟값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 101

해설

$120a = 2^3 \times 3 \times 5 \times a,$

$270b = 2 \times 3^3 \times 5 \times b,$

$150c = 2 \times 3 \times 5^2 \times c$ 이므로

a, b, c 가 가장 작아지는 값은

$120a = 270b = 150c = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$ 이다.

$\rightarrow a = 45, b = 20, c = 36$

$\therefore a + b + c = 101$

18. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은? [배점 4, 중중]

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.

② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

19. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$15 = 5 \times 3 = (4+1) \times (2+1)$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

20. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때
 $36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1)$ 이므로
 $\square = 2^4 = 16$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때
 $36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$
 $a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$
 \therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

21. 20의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.
 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (a+1) = 6$ (개)가 되어야 한다.
 $\therefore a = 1$

22. 다음 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 22 ③ 26
 ④ 100 ⑤ 103

해설

1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
 따라서 소수인 것은 103이다.

23. 40에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4개를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 40

▷ 정답: 90

▷ 정답: 160

해설

$40 = 2^3 \times 5$
 $40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2$ 에서
 $n = 2 \times 5 \times k^2$ 꼴이므로
 n 을 작은 순으로 4개 써 보면
 $n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$
 $n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$
 $n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$
 $n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$
 $\therefore 10, 40, 90, 160$

24. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

25. 다음 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 속하는 두 자리 소수를 모두 고른 것은? [배점 5, 중상]

- ① 11, 13, 17 ② 11, 13, 15, 17
③ 11, 13, 15, 19 ④ 11, 15, 17, 19
⑤ 11, 13, 17, 19

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 이 중에서 두 자리 소수는 11, 13, 17, 19 이다.