

테스트 확인학습

1. $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 108

해설

5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이고, 3×7 의 약수는 1, 3, 7, 3×7 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
3	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 5^2 = 75$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 5^2 = 175$
3×7	$3 \times 7 \times 1 = 21$	$3 \times 7 \times 5 = 105$	$3 \times 7 \times 5^2 = 525$

즉, 1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525
따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$
이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

2. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다.
③ 지수는 5 이다. ④ 밑은 2 이다.
⑤ 2^5 보다 크다.

해설

- ① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
③ 지수는 2 이다.
④ 밑은 5 이다.
⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

3. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 4 인 경우는
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
 2^3 과 2×3 이고
그중 2×3 이 더 작으므로
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

4. $2^a = 8$, $7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$2^3 = 8$, $7^3 = 343$ 이므로 $b - a = 0$ 이다.

5. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180의 약수의 개수:
 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수:
 $(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18$ (개)
 $\therefore a = 2$

6. 다음 중 50의 소인수로만 이루어진 집합은?
 [배점 3, 하상]

- ① {2, 5} ② {1, 2, 5}
 ③ {1, 2, 5, 10} ④ {2, 5, 10, 25}
 ⑤ {1, 2, 5, 10, 25, 50}

해설

50을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 50} \\ 2 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

 이므로 50의 소인수는 2, 5이다.

7. 80에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.
 [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$80 = 2^4 \times 5$
 곱해야 할 가장 작은 자연수는 5

8. 다음 중 소인수의 집합이 다른 것은?
 [배점 3, 하상]

- ① 28 ② 56 ③ 112
 ④ 128 ⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
 28의 소인수의 집합은 {2, 7}
 ② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
 56의 소인수의 집합은 {2, 7}
 ③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
 112의 소인수의 집합은 {2, 7}
 ④ $128 = 2^7$ 이므로
 128의 소인수의 집합은 {2}
 ⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
 196의 소인수의 집합은 {2, 7}

9. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

㉠ 5^3	㉡ 39	㉢ 2^5
㉣ $2^2 \times 3^3$	㉤ $3^2 \times 7$	

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

해설

$$\textcircled{㉠} 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$\textcircled{㉡} 39$$

$$\textcircled{㉢} 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$\textcircled{㉣} 2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$$

$$\textcircled{㉤} 3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉡, ㉣, ㉤, ㉠이다.

10. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

[배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

11. 소인수분해를 이용하여 72 의 약수를 구하기 위해 만든 것이다. 빈 칸에 알맞은 수를 모두 구해 그 합을 구하여라.

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	
3	3		12	24
3^2		18	36	72

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

$$8 + 6 + 9 = 23$$

12. $28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$$

$28 \times x$ 와 $\frac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하

므로 소인수분해를 해 보면

$$2^2 \times 7 \times x = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} \text{ 에서}$$

$2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 $7, 7 \times 2^2, 7 \times 3^2, 7 \times 4^2, \dots$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 2^4 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7^2, 2^6 \times 7^2, \dots$ 이다.

$$\frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2 \text{ 을 만족하는 } y \text{ 는 } 3, 2^2 \times 3, 3 \times 7^2, 2^2 \times 3 \times 7^2 \text{ 이고}$$

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 7^2, 2^2, 1$ 이다.

따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은

$x = 7, y = 3, z = 14$ 이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ $5^2 = 25$

㉡ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

㉢ $2^4 = 4^3$

㉣ $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ $2^4 \neq 4^3$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

14. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

15. 자연수 a, b, c 에 대하여 $120a = 270b = 150c$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 최솟값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 101

해설

$120a = 2^3 \times 3 \times 5 \times a,$
 $270b = 2 \times 3^3 \times 5 \times b,$
 $150c = 2 \times 3 \times 5^2 \times c$ 이므로
 a, b, c 가 가장 작아지는 값은
 $120a = 270b = 150c = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$ 이다.
 $\rightarrow a = 45, b = 20, c = 36$
 $\therefore a + b + c = 101$

16. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10^n \text{에 가장 가까운 } 11 \text{의 배수}\}$
 $\{n \text{는 자연수}\}$ 의 원소를 작은 순서대로
 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$
 을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1111110

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리
 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수인 수
 이므로,
 10^n 에서 가장 가까운 11 의 배수를 차례대로 구해
 보면,
 $10 \rightarrow 11,$
 $10^2 \rightarrow 99,$
 $10^3 \rightarrow 1001,$
 $10^4 \rightarrow 9999,$
 $10^5 \rightarrow 100001,$
 $10^6 \rightarrow 999999,$
 $\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$

17. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 가
 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지
 구하여라. (단, $a \leq 100$) [배점 3, 중하]

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 20개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,
 $a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$
 $\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로
 나누어서 나머지가 1 인 수이다.
 $a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.
 $\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수 = 20 개

18. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의
 최솟값을 고르면? [배점 4, 중중]

① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1

④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는
 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야
 한다.
 그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 81 \text{의 소인수}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$81 = 3^4$$

$$A = \{3\}$$

$$\therefore n(A) = 1$$

20. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 $\square$ 안에 들어갈 수는? [배점 4, 중중]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$$2^2 \times 5^{\square} \times 7 \text{ 이므로}$$

약수의 개수는

$$(2+1) \times (\square+1) \times (1+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore \square = 2$$

21. 168 의 약수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16 \text{ (개) 이다.}$$

22. $63 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{b^2}{a^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3^2 \times 7 \times a = b^2$$

$$\text{가장 작은 } a = 7,$$

$$3^2 \times 7 \times 7 = 3^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 3 \times 7 = 21$$

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{3^2 \times 7^2}{7^2} = 9$$

23. 24 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

24. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 2 \times 5 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 4 개 써 보면

$$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$$

$$\therefore 10, 40, 90, 160$$

25. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는? [배점 4, 중중]

① 3

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

540 $\times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는

$$3 \times 5 = 15$$

26. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

715 = 5 $\times$ 11 $\times$ 13 이고, 합의 최솟값을 구하므로, T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

27. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은? [배점 5, 중상]

① 23

② 55

③ 99

④ 111

⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로,
 I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

28. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?
 [배점 5, 중상]

- ① $2^2 \times 3^3$ ② 24 ③ $2 \times 9 \times 5$
 ④ 500 ⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

- ① $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)
 ② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)
 ③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)
 ④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$ (개)
 ⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

29. 54 의 약수의 개수가 a , 108 의 약수의 개수가 b 일 때
 $a + b$ 의 값은?
 [배점 5, 중상]

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는
 $(1+1) \times (3+1) = 8, a = 8$
 $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는
 $(2+1) \times (3+1) = 12, b = 12$
 $\therefore a + b = 20$

30. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.
 ② 가장 작은 소수는 2 이다.
 ③ 모든 소수는 홀수이다.
 ④ 두 소수의 곱은 소수이다.
 ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

- ㉠ 모든 소수는 홀수이다 $\rightarrow$ 소수 중 2 는 짝수이다.
 ㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 $\rightarrow$ 두 소수의 곱은
 $2 \times 3 = 6, 3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

31. $n = 3p^2q$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단,
 $p \neq q \neq 3$ 인 소수)

[배점 5, 중상]

▶ 답: 개

▶ 정답: 12 개

해설

$p \neq q \neq 3$ 인 소수이므로, n 을 소인수분해하면
 $n = 3p^2q = 3 \times p^2 \times q$ 이다.
 따라서 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12$
 (개) 이다.

32. 옛날부터 우리나라에는 십간(□□)과 십이지(□□□)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010 년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
갑	을	병	정	무	기	경	
신	유	술	해	자	축	인	
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인	
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	

[배점 5, 중상]

- ① 1830 년 ② 1890 년 ③ 1950 년
④ 2070 년 ⑤ 2110 년

해설

십간(□□)의 10 가지와 십이지(□□□)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

33. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$$2 \times 3^2, 5^3, 2^3 \times 5, 3^2 \times 7$$

[배점 5, 중상]

- ① 22 ② 23 ③ 45
④ 107 ⑤ 143

해설

$$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$$

$$3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63 \text{ 이므로}$$

가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2

따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

34. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35 의 배수의 개수는?

[배점 5, 상하]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35 \text{ 이므로}$$

약수 중 35 의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.

$$\therefore (3+1) \times (1+1) = 8 \text{ (개)}$$

35. 다음 중 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $72 = 2^3 \times 3^2$

㉡ $105 = 5 \times 21$

㉢ $147 = 3 \times 7^2$

㉣ $225 = 3^3 \times 5^3$

㉤ $240 = 2^3 \times 5 \times 6$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ $105 = 3 \times 5 \times 7$

㉣ $225 = 3^2 \times 5^2$

㉤ $240 = 2^4 \times 3 \times 5$