

5. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수의 집합은?
[배점 3, 하상]

- ① {2, 3, 5} ② {2, 3, 7}
 ③ {2, 3, 5, 7} ④ {2², 3², 5², 7²}
 ⑤ {2³, 3², 5, 7⁴}

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수의 집합은 {2, 3, 5, 7}

6. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수:
 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수:
 $(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18$ (개)
 $\therefore a = 2$

7. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$(3+1)(2+1)(a+1) = 36$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

8. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$ ② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
 ③ $80 = 2^8 \times 10$ ④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
 ⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

- ① $30 = 2 \times 3 \times 5$
 ② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$
 ③ $80 = 2^4 \times 5$
 ⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

9. 108 을 소인수분해하면? [배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^3 \times 3$
 ④ $2^3 \times 3^2$ ⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

$$3$$

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

10. 자연수 $3^4 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$10 = 10 \times 1 = 5 \times 2$$

(1) $10 = 10 \times 1 = (9 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^9 \quad \therefore A = 3^5$$

그러나 $3^5 = 243$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $10 = 5 \times 2 = (4 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^4 \times (3 \text{이 아닌 소수})$$

$$\therefore A = 2, 5, 7, 11, 13, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 11이다.

11. $2^{10} = 1024$ 를 이용하여 $1024 - 2^9 - 2^a = 256$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2^{10} = 1024 \text{ 이므로 } 2^9 = 512 \text{ 이다.}$$

따라서 $1024 - 512 - 2^a = 256$, $2^a = 256$ 이므로 $a = 8$ 이다.

12. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

① 5×2^3

② 80

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

13. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 3, 중하]

① $19^3 \times 31$

② 2×5^4

③ $3^2 \times 7 \times 11$

④ $3^2 \times 11^2 \times 13$

⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
- ② $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)
- ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
- ④ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)
- ⑤ $9 + 1 = 10$ (개)

14. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	테	돈	이	다	심

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 그래도 지구는 돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 '그래도 지구는 돈다' 이다.

15. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52 [배점 3, 중하]

▶ 답: 개

▶ 정답: 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

16. $28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 14

해설

$$28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$$

$28 \times x$ 와 $\frac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하

므로 소인수분해를 해 보면

$$2^2 \times 7 \times x = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} \text{ 에서}$$

$2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 $7, 7 \times 2^2, 7 \times 3^2, 7 \times 4^2, \dots$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 2^4 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7^2, 2^6 \times 7^2, \dots$ 이다.

$$\frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2 \text{ 을 만족하는 } y \text{ 는 } 3, 2^2 \times 3, 3 \times$$

$7^2, 2^2 \times 3 \times 7^2$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 7^2, 2^2, 1$ 이다.

따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은

$x = 7, y = 3, z = 14$ 이다.

17. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 집합을 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 중하]

- ① {1, 4} ② {4, 5}
 ③ {5, 20} ④ {4, 5, 20}
 ⑤ {1, 2, 4, 5, 20}

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

18. $2^8 = a, 3^b = 729$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $a = 128, b = 5$ ② $a = 128, b = 6$
 ③ $a = 256, b = 5$ ④ $a = 256, b = 6$
 ⑤ $a = 256, b = 7$

해설

$2^8 = 256, 3^6 = 729$ 이므로 $a = 256, b = 6$ 이다.

19. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 \square 안에 들어갈 수는? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로
 약수의 개수는
 $(2+1) \times (\square+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 $\therefore \square = 2$

20. 60 에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

$60 \times A = B^2$
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 $A = 3 \times 5 = 15$
 $2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$
 $B = 2 \times 3 \times 5 = 30$
 $\therefore A + B = 45$

21. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해서 곱해야 하는 $x = 3 \times k^2$ 이다.

$$\text{따라서 } x = 3 \times 1^2 = 3,$$

$$x = 3 \times 2^2 = 12$$

22. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 1$

▷ 정답: $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

23. 다음 중 360 의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

① 3^2

② 2×3

③ $2^3 \times 5$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360 의 약수가 아니다.

24. 자연수 a 의 약수의 개수를 $n(a)$ 로 나타낼 때, $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5, 162 = 2 \times 3^4 \text{ 에서}$$

$$n(240) = (4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$$

$$n(162) = (1 + 1) \times (4 + 1) = 10$$

$$n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$$

$$20 \div 10 \times n(x) = 20$$

$$\therefore n(x) = 10$$

$$10 = 5 \times 2 = (4 + 1)(1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\text{가장 작은 } x = 2^4 \times 3 = 48$$

$$\therefore 48$$

25. 360 의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

[배점 5, 중상]

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$