

테스트 확인학습

1. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 12와 같다.
- ② 밑은 4이다.
- ③ 지수는 3이다.
- ④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.
- ⑤ 3^4 보다 작다.

해설

- ① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.
- ⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 10은 합성수이다.
- ③ 17은 소수이다.
- ④ 약수가 2개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

- ⑤ (반례) 3과 5는 소수이지만 두 소수의 합인 8은 짝수이다.

3. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

[배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$
- ② $2^3 \times 3^2$
- ③ $2^4 \times 3^2 \times 5$
- ④ $2^4 \times 3 \times 5$
- ⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

4. 다음 중 약수의 개수가 5인 자연수 중 가장 작은 자연수는?

[배점 3, 하상]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1을 더하여 곱한 값이므로
 약수의 개수가 5인 경우는
 지수가 4인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
 따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
 소인수가 가장 작아야하므로
 소인수는 가장 작은 소수인 2이고
 따라서 약수의 개수가 5인 가장 작은 자연수는
 $2^4 = 16$ 이다.

5. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것을 모두 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $72 = 2^3 \times 3^2$ ② $60 = 2^3 \times 3 \times 5$
③ $54 = 2^2 \times 3^2$ ④ $108 = 2^2 \times 3^3$
⑤ $168 = 2^4 \times 7$

해설

- ② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
③ $54 = 2 \times 3^3$
⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

6. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$
③ $42 = 6 \times 7$ ④ $54 = 2^2 \times 3^3$
⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
③ $2 \times 3 \times 7$
④ 2×3^3
⑤ 2^7

7. 자연수 $3^4 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

$$10 = 10 \times 1 = 5 \times 2$$

(1) $10 = 10 \times 1 = (9 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^9 \quad \therefore A = 3^5$$

그러나 $3^5 = 243$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $10 = 5 \times 2 = (4 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^4 \times (3^1 \text{이 아닌 소수})$$

$$\therefore A = 2, 5, 7, 11, 13, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 11이다.

8. 다음 보기 중 합성수인 것을 골라라.

보기

- ㉠ 1 ㉡ 17 ㉢ 31
㉣ 37 ㉤ 64

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 64 이다.

9. 80 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$80 = 2^4 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 5

10. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5^3 ② 2×3 ③ $2^2 \times 7^2$
 ④ $5^2 \times 7$ ⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $3 + 1 = 4$ (개)
 ② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)
 ⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

11. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기
 풀이)

㉠ 10을 소인수분해하면 2×5 이므로

$$\text{㉡ } 3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$$

㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1을 더하여 곱하면

$$\text{㉣ } (0 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개}) \text{이다.}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉢ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3
 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (3+1) \times (3+1) = 32$
 (개)이다.

12. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는
 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

13. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

14. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

개

▷ 정답 : 4 개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.

② 17 은 소수이다.

③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.

④ 2 는 소수이다.

⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

16. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

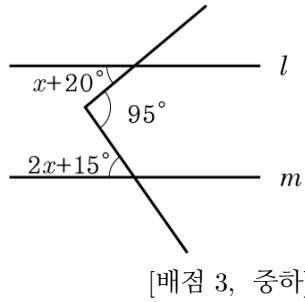
해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

17. 아래 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, x 의 크기를 구하여라.



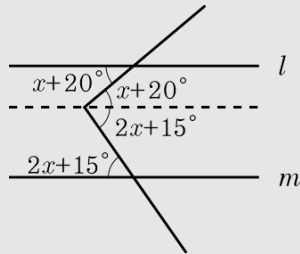
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20°

해설

다음 그림과 같이 두 직선에 평행하게 보조선을 그어 보면, $3x^\circ + 35^\circ = 95^\circ$ 라는 것을 알 수 있다. 따라서 $\angle x = 20^\circ$ 이다.



18. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면? [배점 4, 중중]

① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1

④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다. 그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

19. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = 2^4 = 16$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

20. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낸다고 한다. 이때, $\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$ 를 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수는? [배점 4, 중중]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$225 = 3^2 \times 5^2, 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 에서

$A(225) = (2+1) \times (2+1) = 9$

$A(360) = (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$

$\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$

$33 \times A(x) = 165$

$\therefore A(x) = 5$

$5 = 4 + 1$ 이므로

가장 작은 $x = 2^4 = 16$

21. $2^8 = a$, $3^b = 729$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① $a = 128, b = 5$ ② $a = 128, b = 6$
 ③ $a = 256, b = 5$ ④ $a = 256, b = 6$
 ⑤ $a = 256, b = 7$

해설

$2^8 = 256$, $3^6 = 729$ 이므로 $a = 256, b = 6$ 이다.

22. 108 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?
[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 곱해야 할 가장 작은 자연수는 3

23. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면?
[배점 4, 중중]

- ① $2^4 \times 3^2$ ② $2 \times 5 \times 7$
 ③ $2 \times 3 \times 5 \times 7$ ④ $2^2 \times 3^3 \times 7$
 ⑤ $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

24. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2$

따라서 n 은

$$2 \times 1^2 = 2$$

$$2 \times 2^2 = 8$$

$$2 \times 3^2 = 18$$

$$2 \times 4^2 = 32$$

그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

25. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $2^4 = 8$

㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢ $3^2 = 2^3$

㉣ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤
- ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $2^4 = 16$
- ㉢ $3^2 \neq 2^3$
- ㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

26. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2×5 ② $2^2 \times 5^2$ ③ 2×5^3
- ④ $2^3 \times 5$ ⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③

27. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 의 약수의 개수가 16개이므로 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다. 따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$, 두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

28. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 35 ② 70 ③ 105
- ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

29. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a , b 중에서 가장 작은 수를 각각 x , y 라고 할 때 $x+y$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 70 ② 80 ③ 90
④ 100 ⑤ 110

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$(2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2$, $x = 10$, $y = 60$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

30. $n = 3p^2q$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 3$ 인 소수)

[배점 5, 중상]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$p \neq q \neq 3$ 인 소수이므로, n 을 소인수분해하면 $n = 3p^2q = 3 \times p^2 \times q$ 이다.

따라서 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12$ (개) 이다.

31. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 35 ② 70 ③ 105
④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

32. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 468 \text{의 소인수}\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$ 이므로 $A = \{2, 3, 13\}$ 따라서, 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개) 이다.

33. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7,$$

$$7^2 = 49,$$

$$7^3 = 343,$$

$$7^4 = 2401,$$

$$7^5 = 16807,$$

$$7^6 = 117649,$$

...

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

34. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 5, 상하]

① 1 은 소수이다.

② 모든 소수는 홀수이다.

③ 두 소수의 곱은 합성수이다.

④ 20 이하의 소수는 9 개이다.

⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.

② 2 는 소수이지만 짝수이다.

④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.

⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수 ($1, a, a^2$) 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

35. 4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수를 구하여라. (단, $x \times y \times z$ 와 $x \times z \times y$ 와 같이 곱하는 순서만 다른 식도 서로 다른 방법이다.)

[배점 5, 상하]

▶ 답: 가지

▷ 정답: 12 가지

해설

$$4719 = 3 \times 1573 = 3 \times 11 \times 143 = 3 \times 11 \times 11 \times 13$$

따라서,

4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든
방법의 수

i) (3, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3 \times 2 = 6$

ii) (3, 11, 11), (11, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3$

$$3 \times 2 = 6$$

$$\therefore 6 + 6 = 12(\text{가지})$$