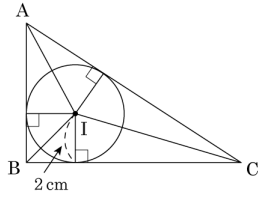


확인학습문제

1. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



[배점 2, 하중]

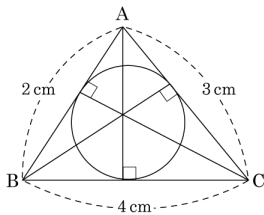
▶ 답 :

24 cm

해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 같으므로,
삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$
 $\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 12cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

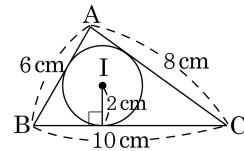
$\frac{8}{3}\text{cm}$

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(2 + 4 + 3)x = 12\text{cm}^2$

$$\therefore x = \frac{8}{3}\text{cm}$$

3. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm인 삼각형 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2cm일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



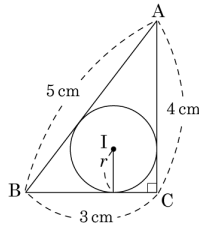
[배점 3, 하상]

- ① 16cm^2 ② 18cm^2 ③ 20cm^2
④ 22cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 8 + 10) = 24\text{cm}^2 \text{ 이다.}$$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I의 반지름의 길이는?



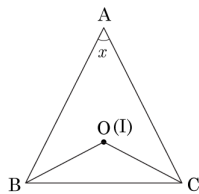
[배점 3, 하상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다.
 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O와 내심 I가 일치할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

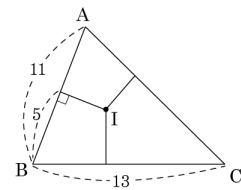
▶ 답 :

60°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
 따라서 $x = 60^\circ$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

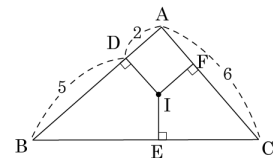
▶ 답 :

14

해설

$$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$$

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



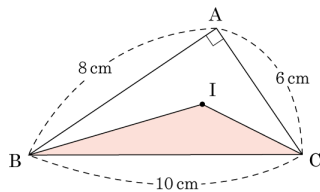
[배점 3, 하상]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$ 이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$ 이다.
 $\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$ 이므로
 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.



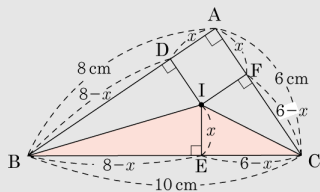
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

10 cm^2

해설

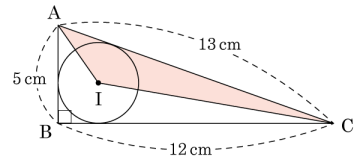
다음 그림과 같이 I 에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F 라 하자.



내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.

$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10$ 이므로 $x = 2\text{cm}$
 $\triangle IBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

13 cm^2

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

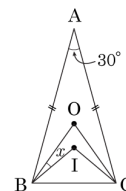
$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

- ① 15 ② 22.5 ③ 25
 ④ 27.5 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 75^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$ 이다.

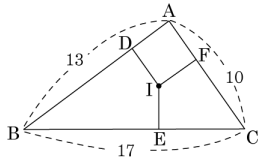
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30^\circ + 90^\circ = 105^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60^\circ - 37.5^\circ = 22.5^\circ$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{CE}$ 의 길이는 얼마인지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

7

해설

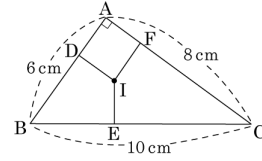
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BC} - x = 17 - x$ 이고, $\overline{AD} = \overline{AC} - x = 10 - x$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = 13$ 이므로

$$13 = (17 - x) + (10 - x)$$

$$\therefore x = 7$$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

- ① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm
④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$ 라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$ 이고,

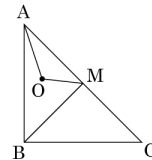
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로

$$10 = (6 - x) + (8 - x)$$

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$

13. 다음 그림에서 $\angle C = 32^\circ$ 인 삼각형 ABC 의 외심이 M 이고, 삼각형 ABM 의 외심을 O 라 할 때, $\angle AOM$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

116°

해설

외심이 선분 AC 위에 있으므로 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이며 점 M 은 선분 AC 의 중점임을 알 수 있다.

$\triangle MBC$ 에서 $\overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로

$$\angle C = \angle MBC = 32^\circ$$

$$\therefore \angle ABM = 90 - 32 = 58^\circ$$

점 O 가 삼각형 ABM 의 외심이므로

$$\therefore \angle AOM = 2\angle ABM = 116^\circ$$

해설

빗변 AB 의 중점이 외심이므로 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

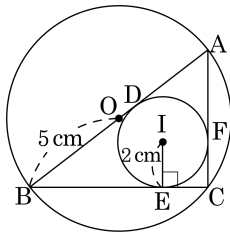
$\overline{AD} = \overline{AF} = a\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BD} = \overline{BE} = (10 - a)\text{cm}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \overline{IE} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2) \text{이다.} \end{aligned}$$

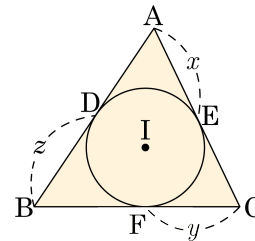
14. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm 이고 점 D, E, F 는 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2
 ④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

15. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 내접원의 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레가 24cm 이다. $x + y + z$ 의 값은 얼마인지 보기에서 찾아라.



보기

- ㉠ 11cm ㉡ 12cm ㉢ 13cm
 ㉣ 14cm ㉤ 15cm

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

㉡

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} = x$, $\overline{BD} = \overline{BF} = z$, $\overline{CE} = \overline{CF} = y$ 이므로 $2x + 2y + 2z = 24$ 이다.

$\therefore x + y + z = 12(\text{cm})$ 이다.