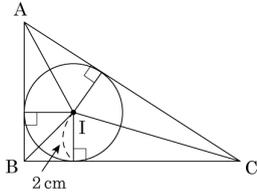


확인학습문제

1. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



[배점 2, 하중]

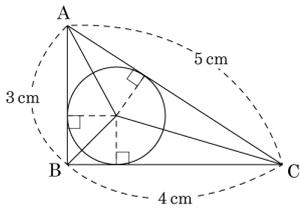
▶ 답:

24 cm

해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 같으므로,
삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$
 $\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 36cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



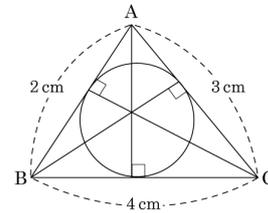
[배점 2, 하중]

- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm
④ 6cm ⑤ 7cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3 + 4 + 5)x = 36\text{cm}^2$
 $\therefore x = 6\text{cm}$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 12cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

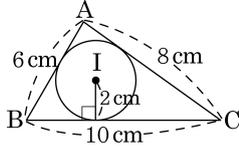
▶ 답:

$\frac{8}{3}\text{cm}$

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(2 + 4 + 3)x = 12\text{cm}^2$
 $\therefore x = \frac{8}{3}\text{cm}$

4. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 삼각형 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



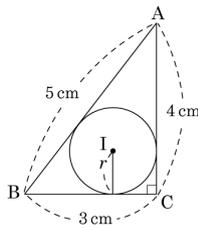
[배점 3, 하상]

- ① 16cm^2 ② 18cm^2 ③ 20cm^2
 ④ 22cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 8 + 10) = 24\text{cm}^2 \text{ 이다.}$$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

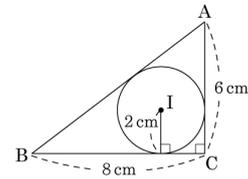
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이고, $\triangle ABC$ 는 직각삼각형일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

24°

해설

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이가 } 6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24 \text{ 이므로 } \frac{1}{2} \times 2 \times$$

$$(\triangle ABC \text{ 의 둘레의 길이}) = 24$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

7. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

[배점 3, 하상]

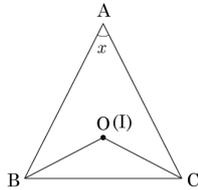
▶ 답:

$\frac{4}{3}$

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.
 따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

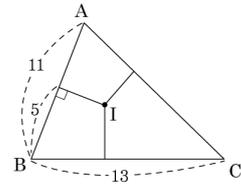
▶ **답:**

60°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
 따라서 $x = 60^\circ$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. \overline{AC} 의 길이는?



[배점 3, 하상]

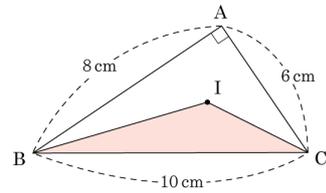
▶ **답:**

14

해설

$$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$$

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.



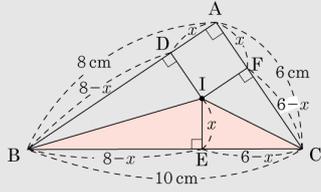
[배점 3, 중하]

▶ **답:**

10 cm^2

해설

다음 그림과 같이 I에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F라 하자.



내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.

$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10$ 이므로 $x = 2\text{cm}$
 $\triangle IBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

해설

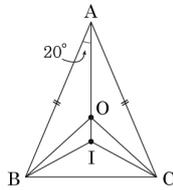
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,
 $\angle A = 40^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$
 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 50^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$ 이다.

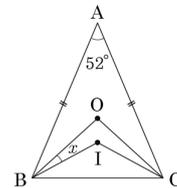
11. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때 $\angle OBI$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

- ① 10°
- ② 15°
- ③ 20°
- ④ 25°
- ⑤ 30°

12. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 외심, 내심을 각각 O, I라 할 때, $\angle OBI = (\quad)^\circ$ 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

6°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A = 52^\circ$

$\therefore \angle BOC = 104^\circ$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \div 2 = 76^\circ \div 2 = 38^\circ$

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$

$\therefore \angle BIC = 116^\circ$

$\angle IBC$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분이므로 $\frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 75^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$ 이다.

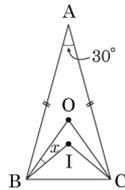
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30^\circ + 90^\circ = 105^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60^\circ - 37.5^\circ = 22.5^\circ$ 이다.

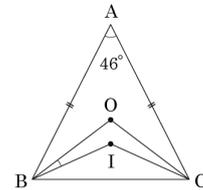
13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

- ① 15 ② 22.5 ③ 25
④ 27.5 ⑤ 30

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle A = 46^\circ$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 와 I 가 각각 외심과 내심일 때, $\angle OBI = ()^\circ$ 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

10.5

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 46^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 67^\circ$, $\angle BOC = 92^\circ$ 이다.

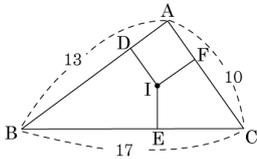
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 46^\circ + 90^\circ = 113^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 44^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 67^\circ = 33.5^\circ$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 44^\circ - 33.5^\circ = 10.5^\circ$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. \overline{CE} 의 길이는 얼마인지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

7

해설

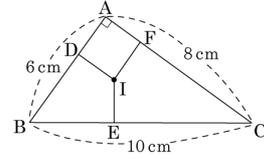
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BC} - x = 17 - x$ 이고, $\overline{AD} = \overline{AC} - x = 10 - x$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = 13$ 이므로

$$13 = (17 - x) + (10 - x)$$

$$\therefore x = 7$$

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. \overline{AD} 의 길이는?



[배점 3, 중하]

- ① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm
- ④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$ 라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$ 이고,

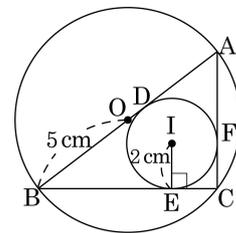
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로

$$10 = (6 - x) + (8 - x)$$

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$

17. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm이고 점 D, E, F 는 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2
- ④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB의 중점이 외심이므로 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

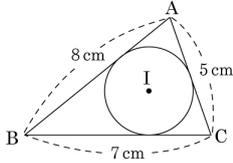
$\overline{AD} = \overline{AF} = a\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BD} = \overline{BE} = (10 - a)\text{cm}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \overline{IE} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2) \text{이다.} \end{aligned}$$

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 40cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ **답:**

4 cm

해설

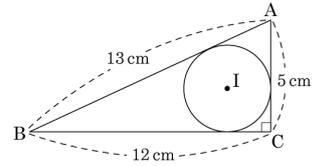
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$40 = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 5 + 7) \text{ 이다.}$$

$$40 = 10r, r = 4 \text{ 이다.}$$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 4cm 이다.

19. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 내접원 I의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① $2\pi\text{cm}^2$ ② $3\pi\text{cm}^2$ ③ $4\pi\text{cm}^2$
- ④ $\frac{9}{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $9\pi\text{cm}^2$

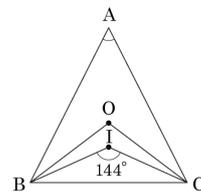
해설

내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면 $\frac{1}{2} \times 5 \times$

$$12 = \frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 5) \text{ 이다.}$$

$30 = 15r, r = 2$ 이다. 따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\text{cm}^2$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

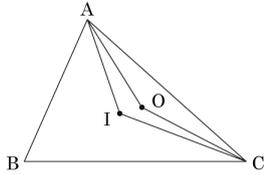
▶ **답:**

54°

해설

$90^\circ + \frac{1}{2}\angle BOC = 144^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 108^\circ$ 이다.
따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54^\circ$ 이다.

21. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



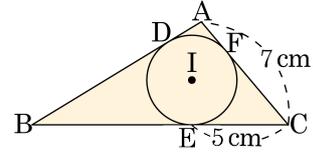
[배점 4, 중중]

- ① 160° ② 120° ③ 125°
- ④ 130° ⑤ 140°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$,
 $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$
이므로
 $\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때,
 $\angle B = 80^\circ$ 이다.
따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. \overline{AD} 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 4, 중중]

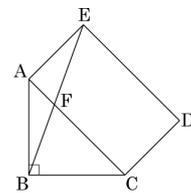
▶ **답:**

2 cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
 $\overline{CE} = 5 = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AF} = 7 - 5 = 2 = \overline{AD}$ 이다.
 $\therefore \overline{AD} = 2(\text{cm})$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. \overline{AC} 와 \overline{BE} 의 교점을 F라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.

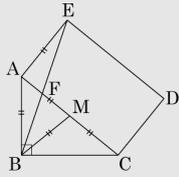


[배점 5, 중상]

▶ **답:**

15°

해설

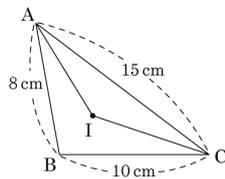


직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 \overline{AC} 의 중점을 M이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
 $\angle BAC = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
 또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.
 $\therefore \angle AEB = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ - 90^\circ) = 15^\circ$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면
 $(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r$
 (cm^2)
 $(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r (\text{cm}^2)$
 따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$
 이다.

24. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



[배점 5, 중상]

- ① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
 ④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17