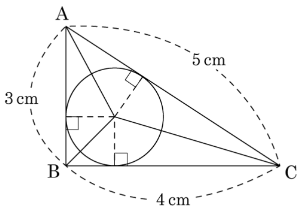
확인학습문제

1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 36cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



[배점 2, 하중]

① 3cm ② 4cm ③ 5cm

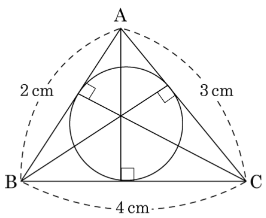
④ 6cm ⑤ 7cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3+4+5)x = 36\text{cm}^2$

$\therefore\ x = 6\text{cm}$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 12cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

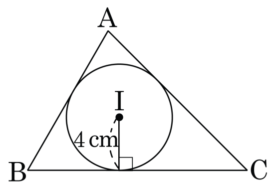
$\frac{8}{3}$ cm

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(2+4+3)x = 12\text{cm}^2$

$\therefore\ x = \frac{8}{3}\text{cm}$

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 40cm^2 이다. 이 때, $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$ 의 값을 구하면?



[배점 3, 하상]

① 17cm ② 18cm ③ 19cm

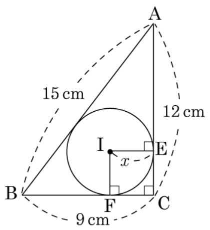
④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}) = 40$ 이다.

따라서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?



[배점 3, 하상]

① 1cm ② 2cm ③ 3cm

④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$x = \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} = 9 - x$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 12 - x$

따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\text{cm})$ 이다.

5. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

$\frac{4}{3}$

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

6. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

[배점 3, 하상]

① 직각삼각형 ② 예각삼각형

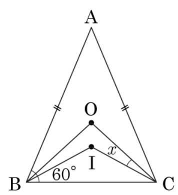
③ 둔각삼각형 ④ 정삼각형

⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

7. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기$=$ ( )° 이다. 빈 칸에 들어갈 수는?



[배점 3, 하상]

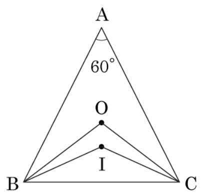
▶ 답 :

0 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이다.
$\angle ABC = 60°$ 이므로 $\angle A = 60°$ 이고, $\angle BOC = 120°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 60° + 90° = 120°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$ 이다.
따라서 $\angle OCI = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 30° - 30° = 0°$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



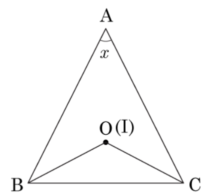
[배점 3, 하상]

① 0° ② 10° ③ 20°
④ 30° ⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,
$\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.
$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서
$\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

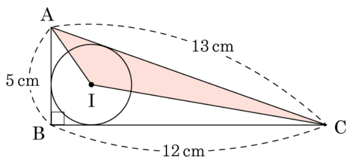
▶ 답 :

60 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $x = 60°$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ **답 :**

$13\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

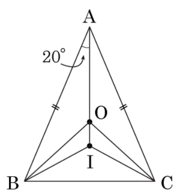
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore\ x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 외심을 O , 내심을 I 라 할 때 $\angle OBI$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$
④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

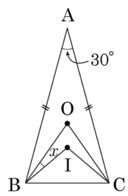
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40°$ 이므로 $\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 50°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$ 이다.

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



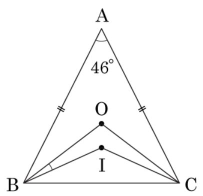
[배점 3, 중하]

① 15 ② 22.5 ③ 25
④ 27.5 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 30°$ 이므로 $\angle ABC = 75°$, $\angle BOC = 60°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle A = 46°$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 와 I 가 각각 외심과 내심일 때, $\angle OBI = (\quad)°$ 구하여라.



[배점 3, 중하]

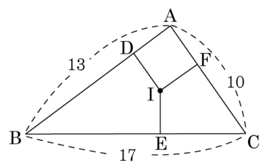
▶ 답 :

10.5

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 46°$ 이므로 $\angle ABC = 67°$, $\angle BOC = 92°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 46° + 90° = 113°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 44°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 67° = 33.5°$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 44° - 33.5° = 10.5°$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{CE}$의 길이는 얼마인지 구하여라.



[배점 3, 중하]

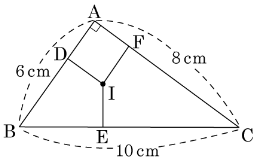
▶ 답 :

7

해설

$\overline{CE} = \overline{CF} = x$라 하면 $\overline{BD} = \overline{BC} - x = 17 - x$ 이고, $\overline{AD} = \overline{AC} - x = 10 - x$이다.
$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = 13$이므로
$13 = (17 - x) + (10 - x)$
$\therefore\ x = 7$

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm

④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$ 라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$ 이고,

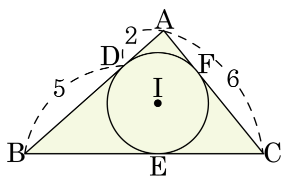
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로

$10 = (6 - x) + (8 - x)$

$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

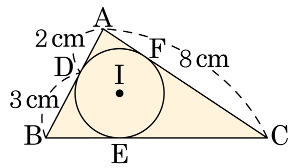
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA 의 접점이다. $\overline{AD} = 2\text{cm}, \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

① 6cm ② 7cm ③ 8cm

④ 9cm ⑤ 10cm

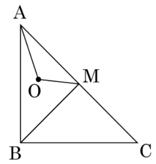
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\angle C = 32°$ 인 삼각형 ABC 의 외심이 M 이고, 삼각형 ABM 의 외심을 O 라 할 때, $\angle AOM$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

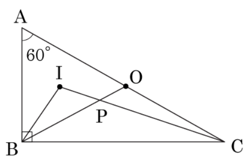
▶ 답 :

116°

해설

외심이 선분 AC 위에 있으므로 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이며 점 M 은 선분 AC 의 중점임을 알 수 있다.
$\triangle MBC$ 에서 $\overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로
$\angle C = \angle MBC = 32°$
$\therefore\ \angle ABM = 90 - 32 = 58°$
점 O 가 삼각형 ABM 의 외심이므로
$\therefore\ \angle AOM = 2\angle ABM = 116°$

19. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

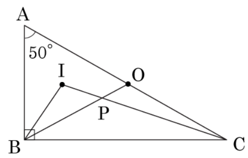
▶ 답 :

135°

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \to \angle OBC = 30°$ 이다. …㉠
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로
$\triangle IBC$의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°) = 45°$ 이다. …㉡
㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.
$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120° + 15° = 135°$

20. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. $\overline{CI}$ 와 $\overline{BO}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



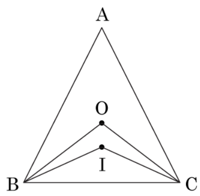
[배점 4, 중중]

① 56° ② 57° ③ 58°
④ 59° ⑤ 60°

해설

$\angle ACB = 90° - 50° = 40°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 20°$
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40°$,$\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180° - (40° + 20°) = 120°$ 이다.
따라서 $\angle IPB = 180° - \angle BPC = 180° - 120° = 60°$ 이다.

21. 다음 그림에서 $2\angle A = \angle B$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심, 점 O 는 외심일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

$18°$

해설

$2\angle A = \angle B$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $5\angle A = 180°, \angle A = 36°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 72°$ 이다.

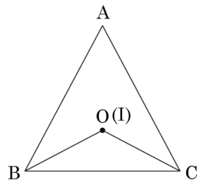
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 4, 중중]

① $\angle ABO = \angle BCO$

② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120°$

④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

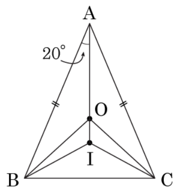
$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로

$\angle BAC = 60°$ 이다.

따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

23. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



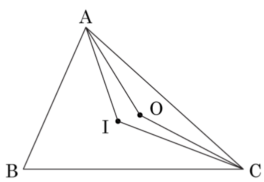
[배점 4, 중중]

① 30° ② 40° ③ 50°
④ 60° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40^\circ$ 이므로
$\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.

24. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다.$\angle AIC - \angle AOC = 30^\circ$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기= ( )° 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



[배점 4, 중중]

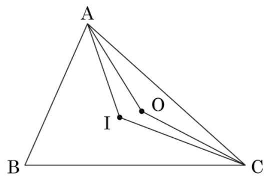
▶ 답 :

10

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$,
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로
$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - (\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ) = 30^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.
$\angle B = 80^\circ$ 이고, $\angle AOC = 160^\circ$ 이다. ($\because$ 점 O는 외심) , $\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 10^\circ$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 160° ② 120° ③ 125°
④ 130° ⑤ 140°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$,
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로
$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.
따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

26. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

[배점 5, 중상]

① 정삼각형　② 직각삼각형

③ 예각삼각형　④ 둔각삼각형

⑤ 이등변삼각형

해설

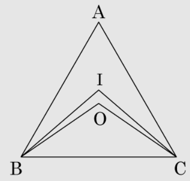
정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

27. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

$3°$

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) \\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°) \\ &= 58°\end{aligned}$$

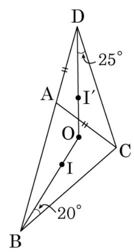
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \angle OCB \\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°) \\ &= 26° \cdots ㉠\end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

28. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle I'DC = 25°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

$40°$

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20°$

즉, $\angle ABC = 40°$

점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25°$

즉, $\angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

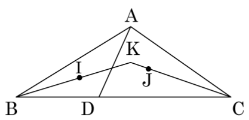
$\angle ACD = \angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

$\angle CAB = 50° + 50° = 100°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle ACB &= 180° - (\angle ABC + \angle CAB)\\ &= 180° - (40° + 100°)\\ &= 40°\end{aligned}$$

29. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

141.5°

해설

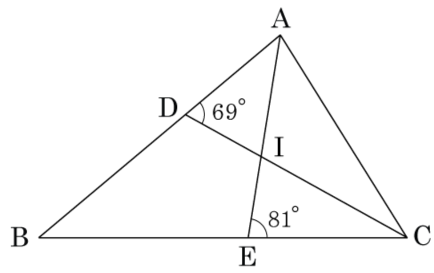
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

30. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle ADI = 69°$, $\angle CEI = 81°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

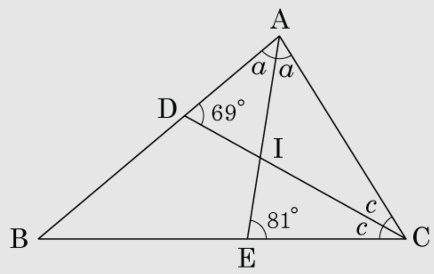
▶ 답 :

40°

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle BAE = \angle CAE = a$, $\angle ACD = \angle BCD = c$ 라 하면



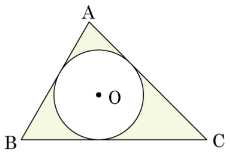
$\triangle AEC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAE + \angle ACE = \angle AEB$ 이므로 $a + 2c = 99° \cdots$ ㉠

$\triangle ADC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAD + \angle ACD = \angle CDB$ 이므로 $2a + c = 111° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 더하면 $3a + 3c = 210°$ 즉, $a + c = 70°$

$\therefore\ \angle B = 180° - 2(a + c) = 180° - 140° = 40°$

31. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 원 O 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



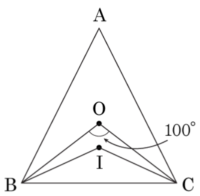
[배점 5, 중상]

① $48-9\pi$ ② $9\pi-24$ ③ $24-6\pi$
④ $42-6\pi$ ⑤ $52-9\pi$

해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r=3$ 이다.
점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때,
($\triangle ABC$ 의 넓이) $=\frac{1}{2}\times r\times\triangle ABC$ 의 둘레$=\frac{1}{2}\times 3\times 32=48$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle ABC$ 의 넓이)$-$(원 I 의 넓이) $=48-9\pi$ 이다.

32. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle BOC=100°$ 이고, $\angle A=a°$, $\angle BIC=b°$ 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

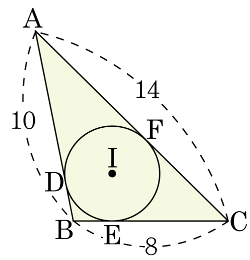
▶ 답 :

65

해설

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 100°=50°\Rightarrow a=50$
$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A=90°+25°=115°\Rightarrow b=115$
따라서 $b-a=115-50=65$ 이다.

33. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB}=10\text{cm}, \overline{BC}=8\text{cm}, \overline{AC}=14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



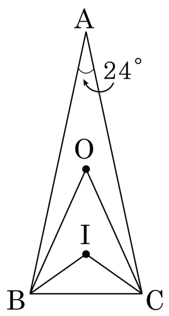
[배점 5, 중상]

① 4cm ② 5cm ③ 6cm
④ 7cm ⑤ 8cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD}=\overline{AF}, \overline{BE}=\overline{BD}, \overline{CE}=\overline{CF}$ 이다.
$\overline{EC}=x$ 라 하면, $\overline{EC}=\overline{CF}=x$ 이고, $\overline{BE}=8-x=\overline{BD}$, $\overline{AF}=14-x=\overline{AD}$
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=14-x+8-x=10$ 이므로 $22-2x=10, 12=2x$ 이다.
$\therefore x=6(\text{cm})$

34. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle A=24°$ 이고 점 O, I 는 각각 외심과 내심이다. $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

27°

해설

$\angle BOC=24°\times 2=48°$

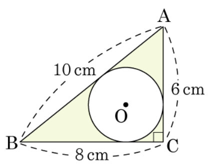
$\angle OBC=(180°-48°)\div 2=66°$

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC$

$=\frac{1}{2}\times(180°-24°)\div 2=39°$

$\angle OBI=66°-39°=27°$

35. 직각삼각형 $\triangle ABC$ 안에 원 O 가 내접하고 있다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

$24-4\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\frac{1}{2}r\times(8+6+10)=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$

$r=2\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$(색칠한 부분의 넓이)

$=24-\pi\times 2^2$

$=24-4\pi\,(\mathrm{cm}^2)$