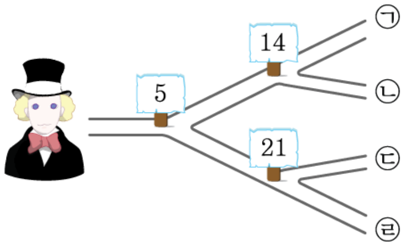
단위 테스트2

1. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ㉠ ~ ㉣ 중 어디인지 말하여라.



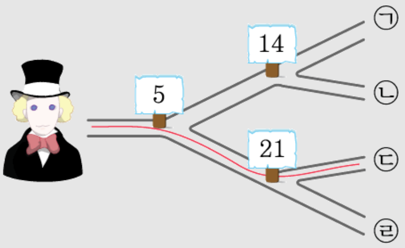
[배점 2, 하하]

▶ 답 :

㉢

해설

5 는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다. 그 다음 21 은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ㉢이 된다.



2. 다음에서 소수를 모두 찾아라.

㉠ 5	㉡ 9	㉢ 11
㉣ 15	㉤ 49	

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 답 :

㉠

㉢

해설

주어진 수에서 5 , 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

3. 다음 보기의 수들의 최대공약수를 차례대로 올바르게 구한 것은?

보기

㉠ 32, 120, 144 ㉡ 18, 126, 150

㉢ 24, 60, 168

[배점 2, 하중]

① 4, 6, 8 ② 6, 12, 24 ③ 8, 6, 12

④ 8, 12, 24 ⑤ 12, 6, 12

해설

㉠
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 32 & 120 & 144 \\ \hline 2 & 16 & 60 & 72 \\ \hline 2 & 8 & 30 & 36 \\ \hline & 4 & 15 & 18 \end{array}$$

최대공약수 : 8

㉡
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 18 & 126 & 150 \\ \hline 3 & 9 & 63 & 75 \\ \hline & 3 & 21 & 25 \end{array}$$

최대공약수 : 6

㉢
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 60 & 168 \\ \hline 2 & 12 & 30 & 84 \\ \hline 3 & 6 & 15 & 42 \\ \hline & 2 & 5 & 14 \end{array}$$

최대공약수 : 12

따라서 차례대로 쓴 것은 $8, 6, 12$ 이다.

4. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는? [배점 2, 하중]

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

$6, 8$ 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

5. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수의 집합은? [배점 3, 하상]

① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{2, 3, 7\}$

③ $\{2, 3, 5, 7\}$ ④ $\{2^2, 3^2, 5^2, 7^2\}$

⑤ $\{2^3, 3^2, 5, 7^4\}$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수의 집합은 $\{2, 3, 5, 7\}$

6. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, $\cdots$ 짜리의 저울추가 각각 한 개씩 있다. 이 저울추를 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 그 무게가 60g이었다. 이 때, 사용한 추의 개수는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

4 개

해설

$$\begin{aligned} 60 &= 111100_{(2)} \\ &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 \\ &= 32 + 16 + 8 + 4 \end{aligned}$$

이므로 필요한 추의 개수는 4 개이다.

7. 이진법으로 나타낸 수 $10\underline{1}10_{(2)}$ 에서 밑줄 친 1 은 어떤 자리의 수인가? [배점 3, 하상]

① 1 의 자리 ② 2 의 자리

③ 2^2 의 자리 ④ 2^3 의 자리

⑤ 2^4 의 자리

해설

밑줄 친 1 은 세 번째 자리 수이므로 2^2 자리의 수이다.

8. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 108\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 144\text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

9

해설

$A \cap B$ 는 108 과 144 의 공약수의 집합이다.
$108 = 2^2 \times 3^3$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는$2^2 \times 3^2$ 이다.
$\therefore\ n(A \cap B) = (2+1) \times (2+1) = 9$

9. 다음을 이진법으로 나타내었을 때, 1 의 개수가 가장 많은 것은? [배점 3, 중하]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

해설

① $11011_{(2)}$
② $11100_{(2)}$
③ $11101_{(2)}$
④ $11110_{(2)}$
⑤ $11111_{(2)}$

10. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은? [배점 3, 중하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (a+1) = 12$ (개)
즉, $3 \times (a+1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

11. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 1 개씩 있다. 이 저울추로 27g 의 무게를 측정하려고 할 때, 사용되는 저울추의 종류가 아닌 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① 1g ② 2g ③ 4g
④ 8g ⑤ 16g

해설

$27 = 16 + 8 + 2 + 1$
$= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
$= 11011_{(2)}$
따라서 16g, 8g, 2g, 1g 짜리 추는 사용되나 4g 짜리 추는 사용되지 않는다.

12. 빨간 색종이 63 장과 파란 색종이 45 장, 노란 색종이 36 장을 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

9 명

해설

세 수의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 63 & 45 & 36 \\ \hline 3 & 21 & 15 & 12 \\ \hline & 7 & 5 & 4 \end{array}$$
$\therefore\ 3\times3=9$

13. 가로의 길이가 120cm, 세로의 길이가 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

[배점 4, 중중]

① 18cm, 35 개　② 24cm, 35 개
③ 18cm, 40 개　④ 24cm, 40 개
⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,
$120 = x \times \square,\ 168 = x \times \triangle$
x 는 120 과 168 의 최대공약수
$120 = 2^3 \times 3 \times 5,\ 168 = 2^3 \times 3 \times 7$
$\therefore\ x = 2^3 \times 3 = 24\ (\mathrm{cm})$
$120 = 24 \times 5,\ 168 = 24 \times 7$이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore\ 5 \times 7 = 35$ (개)

14. 72 의 약수의 개수를 이진법의 수로 고치면?

[배점 4, 중중]

① $110_{(2)}$　② $1100_{(2)}$　③ $10000_{(2)}$
④ $11010_{(2)}$　⑤ $11111_{(2)}$

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개)
$\therefore\ 12 = 2^3 + 2^2 = 1100_{(2)}$

15. $2^3 \times 3^2 \times 7,\ 210,\ 216$ 의 공약수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

① 2×3　② 7　③ 14
④ 21　⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

$2^3\times3^2\times7,\ 210 = 2\times3\times5\times7,\ 252 = 2^2\times3^2\times7$ 의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 7$
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 $1,\ 2,\ 3,\ 2\times3,\ 7,\ 2\times7,\ 3\times7,\ 2\times3\times7$ 이다.