1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3, 하상]

① $A = \varnothing$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개이다.

② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 3의 배수$\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 0$ 이다.

해설

② 반례 : $\{1\} \not\subset \{2,\ 3\}$

③ 반례 : $\{1,\ 2\} \subset \{1,\ 2\}$, $n(\{1,\ 2\}) = n(\{1,\ 2\})$

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 3의 배수$\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

2. $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}, B - A = \{1, 7, 13\}, (A \cup B)^c = \{9\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 는?

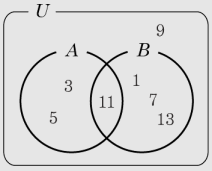
[배점 3, 하상]

① $\{2\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{11\}$

④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 7\}$

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같고 $A \cap B = \{11\}$ 이다.



3. 8 의 약수의 집합을 A, 12 의 약수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 중하]

① $1 \in A,\ 1 \in B$ ② $2 \in A,\ 2 \in B$

③ $4 \in A,\ 4 \notin B$ ④ $4 \in A,\ 6 \in B$

⑤ $7 \notin A,\ 11 \notin B$

해설

$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $4 \in A,\ 4 \in B$ 이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x$는 3보다 크고, 9보다 작은 짝수$\}$의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

8 개

해설

$A = \{4,\ 6,\ 8\}$ 이므로 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같으므로
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 이고 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B = \{1,\ a-2,\ a,\ a \times 2\}$ 이다. a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

4

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ 이므로, a 값은 2, 4, 8 중 하나여야 한다.
이 중 $a-2$, a, $a \times 2$ 가 모두 집합 A 의 원소가 되는 a 값을 찾으면 $a = 4$ 이다.

6. $A = \{x \mid x$는 6 이하의 자연수$\}$ 의 부분집합 중에서 홀수를 적어도 1 개 포함하는 집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 12 개 ② 16 개 ③ 32 개
④ 56 개 ⑤ 64 개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$
전체 부분집합의 개수: $2^6 = 64$
홀수를 적어도 1 개 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수가 하나도 포함되지 않은 부분집합의 개수를 빼면 된다.
$2^6 - 2^3 = 64 - 8 = 56$ (개)

7. $U = \{x|x$는 5 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1,2,4,5\}, B = \{2,3,5\}$ 일 때, $\{(A-B) \cup A\} \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

① $\{1\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{1,4\}$
④ $\{2,5\}$ ⑤ $\{1,4,5\}$

해설

$U = \{1,2,3,4,5\}, A - B = \{1,4\}$ 이므로 $\{(A-B) \cup A\} \cap B^c = \{\{1,4\} \cup A\} - B = \{1,2,4,5\} - \{2,3,5\} = \{1,4\}$ 이다.

8. 집합 $A = \{x|x$는 5의 약수$\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$, $B - A = \{3,\ 7,\ 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

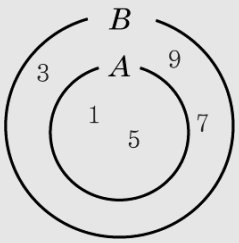
$\{1,3,5,7,9\}$

해설

$A = \{1,5\}$, $n(A \cap B) = 2$ 이므로 $A \cap B = A$

$\therefore A \subset B$

$\therefore B = \{1,3,5,7,9\}$



9. 집합 $A = \{x \mid x$는 13보다 작은 홀수$\}$ 의 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 것은 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$에서 원소 1, 3, 9 를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$의 3 개이므로, 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}$, $\{1, 3, 7, 11\}$, $\{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

10. 두 유한집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.

② $A \neq B$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c\}$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.

② $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \neq B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.

③ $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.

④ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이고, $A \neq B$ 이다.

11. 두 집합 A, B에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$일 때, 다음 $\square$안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 고르면?

보기

$A - B$ $\square$ A

[배점 5, 중상]

① $\in$ ② $\subset$ ③ $\supset$ ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로

$A \cap B = \varnothing$ 이다.

$A - B$ □ A 에서 □ 안에 들어갈 수 있는 기호는

$\subset$, $\supset$, $=$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 일 때, $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 5, 중상]

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개

④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$(A \cap B) = \{2, 4\}$ 이므로 x 는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.

$\therefore 2^{4-2} = 2^2 = 4$

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 세 개인 부분집합에 들어 있는 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

90

해설

집합 A 의 부분집합 중에서 원소가 3 개인 부분집합은

$\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 2, 5\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 3, 5\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{2, 4, 5\}$, $\{3, 4, 5\}$ 의 10 개이고,

이 부분집합들에는 집합 A 의 원소가 6 개씩 들어 있으므로, $(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \times 6 = 90$ 이 된다.

14. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}$, $B = \{a, a + 1, 4a - 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A의 원소이다.

(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$

$A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}$, $B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면$a = 3$

$A = \{2, 4, 9\}, B = \{3, 4, 9\}$

$A - B = \{2\}$이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a = 3$

15. 모든 자연수 n 에 대해 3^n 의 일의 자릿수를 원소로 하는 집합 A 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

4 개

해설

n 에 1 부터 차례로 대입해서 3^n 의 일의 자릿수를 알아보면,

$3^1 = 3$

$3^2 = 9$

$3^3 = 27$

$3^4 = 81$

$3^5 = 243$

$\cdots$

따라서 3^n 의 일의 자릿수는 $3, 9, 7, 1$ 이 되풀이되는 것을 알 수 있으므로,

집합 $A = \{1, 3, 7, 9\}$