

단위 테스트2

1. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하하]

- ① (14, 22) ② (21, 49) ③ (27, 72)
 ④ (15, 58) ⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

- ① (14, 22) $\Rightarrow 2$
 ② (21, 49) $\Rightarrow 7$
 ③ (27, 72) $\Rightarrow 9$
 ④ (15, 58) $\Rightarrow 1$
 ⑤ (2, 20) $\Rightarrow 2$

2. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$
 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$
 $64 = 2^6$ 이므로 $6+1 = 7(\text{개})$
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

3. 다음 수 중에서 가장 큰 수는?

[배점 2, 하중]

- ① $1001_{(2)}$ ② 10
 ③ $10000_{(2)}$ ④ $2^3 + 2^2 + 2 + 1$

⑤ 17

해설

- ① $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 9$
 ② 10
 ③ $10000_{(2)} = 1 \times 2^4 = 16$
 ④ $8 + 4 + 2 + 1 = 15$
 ⑤ 17

4. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

[배점 2, 하중]

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

5. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 13 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.
 $\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로
 84 와 120 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
 $\therefore \square = 12$

6. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

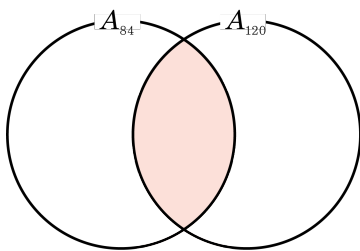
▶ 답 :

2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수:
 $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)
 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수:
 $(1 + 1) \times (2 + 1) \times (a + 1) = 18$ (개)
 $\therefore a = 2$

7. 자연수 n 의 약수의 집합을 A_n 이라고 하자. 즉, 84 의 약수의 집합은 A_{84} , 120 의 약수의 집합은 A_{120} 이다. 이 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분의 집합이 $A_{\square}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

12

8. 72 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a , b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

$a = 2$

$b = 12$

해설

$72 \times a = b^2$ 에서
 $72 = 2^3 \times 3^2$
 $a = 2$
 $2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$
 $2^4 \times 3^2 = b^2$
 $b = 2^2 \times 3 = 12$

9. 무게가 $1g$, $2g$, 2^2g , 2^3g , 2^4g , $\dots$, $2^{10}g$ 인 추를 가능한 한 적게 사용하여 무게가 $500g$ 인 물건을 측정할 때, 필요한 추는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

6 개

해설

$500 = 111110100_{(2)}$ 이므로
 $2^8g, 2^7g, 2^6g, 2^5g, 2^4g, 2^2g$
 $\therefore$ 각각 1 개씩 총 6 개

10. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

16 명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 32, 48, 96 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 32 \quad 48 \quad 96} \\ 4 \overline{) 8 \quad 12 \quad 24} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 6 \end{array}$$

$\therefore 4 \times 4 = 16(\text{명})$

11. 1cm, 2cm, 4cm, 8cm, 16cm 짜리 눈금 없는 자가 각각 한 개씩 있다. 이 자들을 사용하여 어떤 줄의 길이를 재었더니 29cm 였다. 이 때, 이 줄의 길이를 재는데 사용되지 않은 자는 몇 cm 짜리인가? [배점 3, 중하]

- ① 1cm ② 2cm ③ 4cm
 ④ 8cm ⑤ 10cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 29} \\ 2 \overline{) 14} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 7} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 3} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 1} \cdots 1 \\ \quad 0 \cdots 1 \end{array} \quad 29 = 11101_{(2)}$$

$29 = 11101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
 따라서 사용되지 않은 자는 2cm 짜리 자이다.

12. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 를 조건제시법으로 옳게 표현한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

$A \cap B$

$$\begin{aligned} &= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{의 공배수}\} \\ &= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{의 최소공배수의 배수}\} \\ &= \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\} \end{aligned}$$

13. 세 정수 120, 160, 480 의 공약수를 구하고, 공약수 하나하나를 모두 곱할 때, 마지막 자리 수부터 연속하여 나타난 0 의 갯수는 몇 개인가? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

4 개

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$, $160 = 2^5 \times 5$, $480 = 2^5 \times 3 \times 5$
 최대공약수는 $2^3 \times 5$,
 따라서 공약수는 1, 2, 2^2 , 5, 2^3 , 2×5 , $2^2 \times 5$,
 $2^3 \times 5$,
 공약수를 모두 곱하면 $2^{12} \times 5^4 = 2560000 \therefore 4$ 개

해설

공약수는 1, 2, 2^2 , 5, 2^3 , 2×5 , $2^2 \times 5$, $2^3 \times 5$,
 연속하여 나타난 0 의 갯수는 4 개

14. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

47

해설

1부터 100까지의 자연수의 집합을 U ,
 3의 배수의 집합을 A , 5의 배수의 집합을 B 라
 하면
 $n(U) = 100$, $n(A) = 33$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 6$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 20 - 6 = 47$

15. 자연수 a, b 에 대하여 $11101_{(2)} + a$, $11001_{(2)} - b$ 가 모두 9의 배수가 될 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

14

해설

$11101_{(2)} + a = 29 + a$ 9의 배수
 $\therefore 29 + a = 36$, $a = 7$
 $11001_{(2)} - b = 25 - b$ 가 9의 배수이므로
 $\therefore 25 - b = 18$, $b = 7$
 $\therefore a + b = 14$