

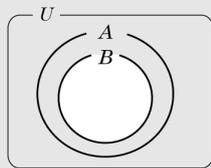


4. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A \cup B = A$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ①  $A \cap B = B$                       ②  $A \supset B$   
 ③  $A = B$                               ④  $A^c \subset B^c$   
 ⑤  $B - A = \emptyset$

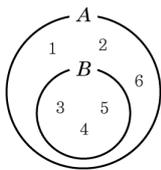
해설

$A \cup B = A$  이므로  $A \supset B$  이다.  
 따라서 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



③  $A \neq B$

5. 두 집합  $A, B$ 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

- ㉠  $\{1, 5\} \subset B$                       ㉡  $\emptyset \subset B$   
 ㉢  $\{4, 6\} \subset A$                       ㉣  $6 \subset A$   
 ㉤  $\{3, 4, 5\} \in B$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡                      ② ㉡, ㉢                      ③ ㉢, ㉤  
 ④ ㉢, ㉣                      ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠  $\{1, 5\} \not\subset B$   
 ㉡  $6 \in A$   
 ㉢  $\{3, 4, 5\} \subset B$

6. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여  $B \subset A$ 이고  $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합  $B$ 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

4개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$   
 따라서 원소가 3개인  $A$ 의 부분집합은  
 $\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\}$  4개

7. 집합  $A = \{5, 8, 12, 15, 17\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 5의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

24개

해설

집합  $A$ 의 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$  (개) 이고, 이 중에서 5의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 8, 12, 17로 만든 부분집합이므로  $2^3 = 8$  (개) 이다.  
 $\therefore 32 - 8 = 24$  (개)

8. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$  에 대하여 다음 조건을 모두 만족하는 집합  $X$  의 개수는?

I.  $A \cap X = X$     II.  $(A - B) \cup X = X$

[배점 4, 중증]

- ① 2개            ② 4개            ③ 8개  
 ④ 16개          ⑤ 32개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  이고  
 $(A - B) \subset X \subset A$  이다.  
 따라서  $\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  이므로  
 집합  $X$  의 개수는  $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$  이다.

9. 공집합이 아닌 두 집합  $A, B$  에 대하여 집합  $A$  의 부분집합의 개수가 집합  $B$  의 부분집합의 개수보다 8 개 더 많을 때,  $n(A) - n(B)$  의 값을 구한 것은?

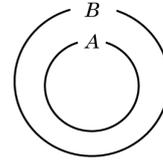
[배점 5, 중상]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 7            ⑤ 9

해설

부분집합의 개수는 (2 의 거듭제곱) 개이므로  
 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... 이다.  
 이 중에서 차가 8 인 두 수는 16 과 8 이다.  
 $\therefore 2^{n(A)} = 16 = 2^4$ ,  $2^{n(B)} = 8 = 2^3$   
 $(\because n(A) > n(B))$   
 $\therefore n(A) = 4$ ,  $n(B) = 3$   
 $4 - 3 = 1$

10. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 배수}\}$  의 관계가 다음의 벤 다이어그램과 같을 때,  $b$  의 값으로 가능한 모든 자연수의 합을 구하여라. (단,  $1 < b < 12$ )



[배점 5, 중상]

▶ 답:

15

해설

12의 약수가  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  이므로 이 약수의 배수의 집합이 12의 배수의 집합을 포함한다. 문제의 조건이  $1 < b < 12$  이므로  $b = 2, 3, 4, 6$  이고, 합은 15이다.

11. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$  에 대하여  $(A \cup B) \cap X = X$ ,  $(A \cap B) \cup X = X$  를 만족하는 집합  $X$  의 개수를 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2개            ② 4개            ③ 8개  
 ④ 16개          ⑤ 32개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$(A \cap B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

$X$ 는 원소 1, 2, 3, 6을 포함하는

$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ 의 부분집합이므로

$$(\text{집합 } X \text{의 갯수}) \equiv 2^{8-4} = 2^4 = 16(\text{개})$$

12. 두 집합  $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여  $(A-B) \cup X = X$ ,  $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

8개

해설

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$(A - B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$$

집합  $X$ 는  $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8(\text{개})$$

13. 두 집합  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{a, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합  $X$ 를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$$B \subset X \subset A, B \neq X$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

7개

해설

집합  $X$ 는  $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중  $a, d$ 를 항상 원소로 갖는 집합이고  $B$ 가 아니므로

- $\{a, b, d\}$ ,  $\{a, c, d\}$ ,  $\{a, d, e\}$ ,  
 $\{a, b, c, d\}$ ,  $\{a, b, d, e\}$ ,  
 $\{a, c, d, e\}$ ,  $\{a, b, c, d, e\}$ 의 7개이다.

14.  $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\emptyset\}\}$ 를 원소로 가지는 집합  $A$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 상하]

- ①  $\emptyset \in A$                       ②  $\{0\} \subset A$   
 ③  $\{1, 2\} \subset A$                     ④  $\{1\} \in A$   
 ⑤  $\{\emptyset\} \subset A$

해설

- ①  $\{\emptyset\} \in A$   
 ②  $\{\{0\}\} \subset A$   
 ④  $1 \in A$   
 ⑤  $\{\{\emptyset\}\} \subset A$

15. 집합  $U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  가 있다.  $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$  이고,  $A$  의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합  $B$  의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

40

해설

$U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$   
 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$  집합  $A, B$  는 서로소이고, 전체집합  $U$  의 모든 원소를 나누어 가진다.  
전체집합  $U$  의 모든 원소의 합은  $1+2+3+\dots+10 = 55$  이고,  
 $A$  의 모든 원소의 합은 15 이므로  
집합  $B$  의 모든 원소의 합은  $55 - 15 = 40$