

단위 테스트2

1. 두 분수 $\frac{1}{16}, \frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는? [배점 3, 하상]

- ① 16 ② 32 ③ 48
④ 96 ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.
16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48
의 배수이므로 48, 96, 144, ... 이다.

2. 소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수와 최대공약수를 알맞게 짝지은 것을 골라라.

45, 60, 90

[배점 3, 하상]

- ① 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 90
② 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 180
③ 최대공약수 : 30 , 최소공배수 : 180
④ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 90
⑤ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 180

해설

$$\begin{aligned} 45 &= 3^2 \times 5 \\ 60 &= 2^2 \times 3 \times 5 \\ 90 &= \frac{2 \times 3^2 \times 5}{2 \times 3 \times 5} \end{aligned}$$

최대공약수 : $3 \times 5 = 15$
최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

3. 야구장 관람권 36장과 축구장 관람권 45장, 농구장 관람권 54장을 가능한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 한 명이 받게 되는 관람권은 몇 장인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

15 장

해설

36, 45, 54 의 최대공약수 : 9
 $\therefore (36 + 45 + 54) \div 9 = 15(\text{장})$

4. 아래와 같이 이진법으로 나타낸 두 수 A, B 의 곱을 구하여라.

$$A = 101_{(2)}, \quad B = 1011_{(2)}$$

[배점 3, 중하]

- ① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

$$\begin{aligned} A = 101_{(2)} &= 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 4 + 1 = 5 \\ B = 1011_{(2)} &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 2 + 1 = 11 \\ \therefore AB &= 5 \times 11 = 55 \end{aligned}$$

5. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

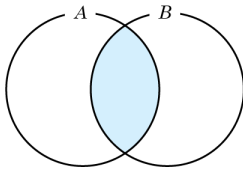
▶ 답 :

9

해설

- (i) $\square = 2^a$ 일 때
 $36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1)$ 이므로
 $\square = 2^4 = 16$
- (ii) $\square \neq 2^a$ 일 때
 $36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$
 $a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$
 \therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

6. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$ 를 나타내는 벤 다이어그램이 다음 그림과 같을 때, 색칠한 부분에 속하는 모든 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ **답 :**

24

해설

그림에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 A 와 B 의 교집합이고,
 A 와 B 의 교집합은 28과 42의 공약수의 집합이다.
 $28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로
 색칠한 부분 즉, A 와 B 의 교집합은 $\{1, 2, 7, 2 \times 7\}$ 이고
 따라서 원소의 합은 24이다.

7. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a : b : c = 2 : 3 : 7$ 이 성립하고 세 자연수의 최소공배수가 546일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ **답 :**

156

해설

세 자연수를 $2 \times x, 3 \times x, 7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 2 \times x \quad 3 \times x \quad 7 \times x \\ \underline{2 \quad 3 \quad 7} \end{array}$$

$$x \times 2 \times 3 \times 7 = 546$$

$$x = 13$$

따라서 세 자연수는 26, 39, 91 이므로 세 자연수의 합은 156이다.

8. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ **답 :**

140

해설

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times$

$7 \times 1^2 = 35$ 이고, 두 번째 작은 자연수는

$5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

9. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면? [배점 5, 중상]

① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로 12, 56, 32의 최대공약수는 4이다.
4의 약수는 1, 2, 4이다.
따라서 8이다.

10. $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10개일 때, A 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

3

해설

16을 소인수분해하면 $16 = 2^4$ 이다. $A = a^x$ 라고 하면 $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 $(4+1) \times (x+1) = 10$ (개)이므로 $x+1 = 2$, $x = 1$ 이다.

한편 $a = 2$ 이면 $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5+1 = 6$ (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서 $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로 $a = 3$, $x = 1$ 이다.

따라서 A 의 값은 3이다.

11. 이진법으로 나타낸 수 $110011_{(2)}$ 에서 어떤 수 a 를 빼었더니 네 자리의 이진법으로 나타낸 수가 되었다. a 가 될 수 있는 가장 작은 수와 가장 큰 수를 더한 것은? [배점 5, 중상]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

해설

$11101_{(2)} = 16 + 8 + 4 + 1 = 29$ 이다.

$1000_{(2)} = 8$ 이 이진법의 수 중 가장 작은 네 자리의 수이고 $1111_{(2)} = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$ 가 가장 큰 네 자리의 수이다.

$29 - a = 8 \therefore a = 21$

$29 - a = 15 \therefore a = 14$

따라서 가장 작은 a 는 14이고, 가장 큰 a 는 21이다. 두 수를 더한 값은 35이다.

12. 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

8개

해설

2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3이 되는 수는 (2, 3, 4로 나누어 떨어지는 수) - 1이므로

(2, 3, 4의 최소공배수인 12의 배수) - 1을 1부터 100까지의 자연수 중에서 구하면 $12 - 1 = 11$, $24 - 1 = 23$, \dots , $12 \times 8 - 1 = 95$ 까지 8개이다.

13. $5^x = 125$ 를 만족하는 x 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

3

해설

$125 = 5^3$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

14. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 이라 할 때, $f(30) \times f(x) = 32$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 x 의 값은?
[배점 5, 상하]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로
 $f(30) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$ 이다.
 $f(30) \times f(x) = 32$ 에서 $f(x) = 4$
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$
이다.

15. 두 자리 자연수 n 과 48 의 최대공약수가 12 이고
 $(n + 45)$ 가 13 의 배수일 때, n 과 45 의 최소공배
수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

360

해설

$n = 12 \times a$,
 $n + 45 = 12 \times a + 45 = 13 \times b$ 를 만족하는
 $12 \times a + 45$ 는 117 이고 n 은 72 이다.
 $\therefore (72 \text{와 } 45 \text{의 최소공배수}) = 360$