

# 단위 테스트 2

1. 두 분수  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{6}$  중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는? [배점 3, 하상]

① 16      ② 32      ③ 48

④ 96      ⑤ 114

## 해설

구하는 수는 16과 6의 공배수이다.  
16과 6의 공배수는 16과 6의 최소공배수인 48의 배수이므로 48, 96, 144, … 이다.

2. 소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수와 최대공약수를 알맞게 짹지은 것을 골라라.

45, 60, 90

[배점 3, 하상]

- ① 최대공약수 : 15, 최소공배수 : 90  
② 최대공약수 : 15, 최소공배수 : 180  
③ 최대공약수 : 30, 최소공배수 : 180  
④ 최대공약수 : 45, 최소공배수 : 90  
⑤ 최대공약수 : 45, 최소공배수 : 180

## 해설

$$\begin{array}{r} 45 = 3^2 \times 5 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ 90 = 2 \times 3^2 \times 5 \\ \hline 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{array}$$

최대공약수 :  $3 \times 5 = 15$   
최소공배수 :  $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

3. 야구장 관람권 36장과 축구장 관람권 45장, 농구장 관람권 54장을 가능한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 한 명이 받게 되는 관람권은 몇 장인지 구하여라. [배점 3, 중하]

## ▶ 답:

15장

## 해설

36, 45, 54의 최대공약수 : 9  
 $\therefore (36 + 45 + 54) \div 9 = 15(\text{장})$

4. 아래와 같이 이진법으로 나타낸 두 수  $A$ ,  $B$ 의 곱을 구하여라.

$$A = 101_{(2)}, \quad B = 1011_{(2)}$$

[배점 3, 중하]

- ① 45      ② 50      ③ 55      ④ 60      ⑤ 65

## 해설

$$\begin{aligned} A &= 101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 4 + 1 = 5 \\ B &= 1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 2 + 1 = 11 \\ \therefore AB &= 5 \times 11 = 55 \end{aligned}$$

5.  $14 \times \boxed{\quad} \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때,  $\boxed{\quad}$  안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

## ▶ 답:

9

**해설**

( i )  $\square = 2^a$  일 때

$$36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

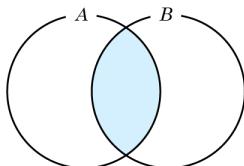
( ii )  $\square \neq 2^a$  일 때

$$36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$  ( i ), ( ii )에서 가장 작은 자연수는 9

6. 두 집합  $A = \{x \mid x\text{는 } 28\text{의 약수}\}, B = \{x \mid x\text{는 } 42\text{의 약수}\}$  를 나타내는 벤 다이어그램이 다음 그림과 같을 때, 색칠한 부분에 속하는 모든 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

**▶ 답:**

24

**해설**

그림에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은  $A$  와  $B$ 의 교집합이고,

$A$  와  $B$  의 교집합은 28 과 42 의 공약수의 집합이다.

$$28 = 2^2 \times 7, 42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ 이므로}$$

색칠한 부분 즉,  $A$  와  $B$  의 교집합은  $\{1, 2, 7, 2 \times 7\}$  이고

따라서 원소의 합은 24 이다.

7. 세 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $a : b : c = 2 : 3 : 7$  이 성립하고 세 자연수의 최소공배수가 546 일 때,  $a+b+c$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

**▶ 답:**

156

**해설**

세 자연수를  $2 \times x, 3 \times x, 7 \times x$  라 하면

$$\begin{array}{r} x \\ \times 2 \quad 3 \times x \quad 7 \times x \\ \hline 2 \quad 3 \quad 7 \end{array}$$

$$x \times 2 \times 3 \times 7 = 546$$

$$x = 13$$

따라서 세 자연수는 26, 39, 91 이므로 세 자연수의 합은 156 이다.

8.  $315 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱이 될 때,  $a$  가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

**▶ 답:**

140

**해설**

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$a$  가 될 수 있는 수는  $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$  의 꼴이다.

따라서,  $a$  가 될 수 있는 가장 작은 자연수는  $5 \times 7 \times 1^2 = 35$  이고, 두 번째 작은 자연수는

$$5 \times 7 \times 2^2 = 140 \text{ 이다.}$$

9.  $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$  를 자연수로 만드는 자연수  $n$  들을 모두 곱하면? [배점 5, 중상]

- ① 12    ② 10    ③ 8    ④ 7    ⑤ 6

**해설**

$n$  은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로 12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다. 4 의 약수는 1, 2, 4 이다. 따라서 8 이다.

**해설**

$11101_{(2)} = 16 + 8 + 4 + 1 = 29$  이다.  
 $1000_{(2)} = 8$  이 이진법의 수 중 가장 작은 네 자리의 수이고  $1111_{(2)} = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$  가 가장 큰 네 자리의 수이다.  
 $29 - a = 8 \therefore a = 21$   
 $29 - a = 15 \therefore a = 14$   
 따라서 가장 작은  $a$ 는 14 이고, 가장 큰  $a$ 는 21 이다. 두 수를 더한 값은 35 이다.

10.  $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때,  $A$ 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

**▶ 답:**

3

**해설**

16 을 소인수분해하면  $16 = 2^4$  이다.  $A = a^x$  라고 하면  $16 \times A = 2^4 \times a^x$  의 약수의 개수는  $(4+1) \times (x+1) = 10$  (개)이므로  $x+1 = 2$ ,  $x = 1$  이다.

한편  $a = 2$  이면  $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$  이므로 약수의 개수는  $5+1=6$  (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서  $a \neq 2$  인 가장 작은 소수이어야 하므로  $a = 3$ ,  $x = 1$  이다.

따라서  $A$ 의 값은 3 이다.

12. 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4 로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3 이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

**▶ 답:**

8 개

**해설**

2, 3, 4 로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3 이 되는 수는  $(2, 3, 4$ 로 나누어 떨어지는 수)  $- 1$  이므로  $(2, 3, 4$ 의 최소공배수인 12의 배수)  $- 1$  을 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 구하면  $12 - 1 = 11$ ,  $24 - 1 = 23$ ,  $\dots$ ,  $12 \times 8 - 1 = 95$  까지 8 개이다.

11. 이진법으로 나타낸 수  $110011_{(2)}$  에서 어떤 수  $a$ 를 빼었더니 네 자리의 이진법으로 나타낸 수가 되었다.  $a$  가 될 수 있는 가장 작은 수와 가장 큰 수를 더한 것은?

[배점 5, 중상]

- ① 31    ② 32    ③ 33    ④ 34    ⑤ 35

13.  $5^x = 125$  를 만족하는  $x$  를 구하여라.

[배점 5, 상하]

**▶ 답:**

3

**해설**

$125 = 5^3$  이다. 따라서  $x = 3$  이다.

14. 자연수  $a$ 의 약수의 개수를  $f(a)$ 이라 할 때,  $f(30) \times f(x) = 32$  를 만족시키는 가장 작은 자연수  $x$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

**해설**

$30 = 2 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로

$f(30) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$  이다.

$f(30) \times f(x) = 32$ 에서  $f(x) = 4$

약수의 개수가 4인 가장 작은 자연수는  $2 \times 3 = 6$  이다.

15. 두 자리 자연수  $n$ 과 48의 최대공약수가 12이고  $(n+45)$  가 13의 배수일 때,  $n$ 과 45의 최소공배수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

360

**해설**

$$n = 12 \times a ,$$

$n + 45 = 12 \times a + 45 = 13 \times b$  를 만족하는  $12 \times a + 45$  는 117 이고  $n$  은 72 이다.

$$\therefore (72 \text{와 } 45 \text{의 최소공배수}) = 360$$