단위테스트

1. 집합 $A = \{1,2,3,5,8\}$, $B = \{2,5,9,10\}$, $C = \{2,3,5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$는? [배점 3, 하상]

① $\{2,3\}$ ② $\{2,5\}$ ③ $\{2,3,5\}$

④ $\{3,5\}$ ⑤ $\{3,5,8\}$

해설

$B \cap C = \{2,5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2,5\}$ 이다.

2. 다음 중에서 기호를 바르게 사용한 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

① $\varnothing \subset A$ ② $3 \in \{1,\ 2,\ 3\}$

③ $\{1,\ 2\} \in \{1,\ 2\}$ ④ $\{0\} \subset \varnothing$

⑤ $1 \subset \{1,\ 2\}$

해설

③ $\{1,\ 2\} \subset \{1,\ 2\}$
④ $\varnothing \subset \{0\}$
⑤ $1 \in \{1,\ 2\}$

3. 두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x$는 3보다 크고 10보다 작은 짝수$\}$ 일 때, 집합 B의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

3 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
$A = \{4,\ 6,\ 8\}$ 이므로 $B = \{4,\ 6,\ 8\}$
따라서 $n(B) = 3$ 이다.

4. 10 의 약수의 집합을 A, 12 의 약수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

① $10 \in A$ ② $12 \in A$ ③ $14 \notin B$

④ $8 \in B$ ⑤ $6 \notin B$

해설

$A = \{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,12\}$ 이므로
$10 \in A$, $14 \notin B$ 이다.

5. 두 집합 A, B에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \varnothing$일 때, $A \cup B$의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

63

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$\therefore n(A \cup B) = 28 + 35 - 0 = 63$

6. $n(\{x|x$는 윷놀이의 명칭$\}) + n(\{0\}) - n(\varnothing)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

6

해설

윷놀이의 명칭은 '도, 개, 걸, 윷, 모' 의 5 개이고, $n(\{0\}) = 1$, $n(\varnothing) = 0$ 이므로 $n(\{x|x$는 윷놀이의 명칭$\}) + n(\{0\}) - n(\varnothing) = 5 + 1 - 0 = 6$ 이다.

7. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 12 의 배수$\}$,

$B = \{x \mid x$는 $\square$ 의 배수$\}$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,

$A = \{12, 24, 36, \cdots\}$ 이므로

$B = \{x \mid x$는 $\square$ 의 배수$\}$ 의 $\square$에는 12 의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6 이고, 가장 큰 자연수는 6 이다.

8. 두 집합 $A = \{x|x$는 20 미만의 3의 배수$\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

54

해설

$A = \{x|x$는 20 미만의 3의 배수$\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$

$A = B$ 이므로 $a = 6$, $b = 9$ 또는 $a = 9$, $b = 6$ 이다.

$\therefore\ 6 \times 9 = 9 \times 6 = 54$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $A \cap \varnothing = A$

② $B \cup \varnothing = \varnothing$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $(A \cup B) \subset A$

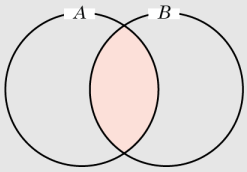
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

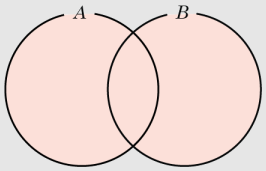
① $A \cap \varnothing = \varnothing$

② $B \cup \varnothing = B$

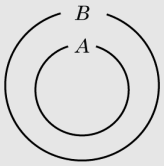
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



10. 두 집합 A, B 는 다음과 같고, 집합 X 의 원소가 집합 A에는 속하지만 집합 B에는 속하지 않을 때 집합 X 의 원소들의 합은?

보기

$A = \{x|x$는 10 이하의 소수$\}$, $B = \{x|x$는 10의 약수$\}$

[배점 3, 중하]

① 0 ② 2 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $B = \{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$,

$\{x|x \in A$ 그리고 $x \notin B\} = A - B$ 이므로

$A - B = \{3,\ 7\}$

$\therefore 3 + 7 = 10$

11. 집합 $\{1,\ \{1,\ 2\}\} \subset X \subset \{\varnothing,\ 1,\ 2,\ 3,\ \{1,\ 2\}\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 4, 중중]

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개

④ 16 개 ⑤ 32 개

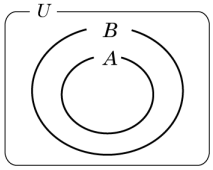
해설

$\{1,\ \{1,\ 2\}\} \subset X \subset \{\varnothing,\ 1,\ 2,\ 3,\ \{1,\ 2\}\}$ 이므로

집합 X 는 $\{\varnothing,\ 1,\ 2,\ 3,\ \{1,\ 2\}\}$ 의 부분집합 중 원소 1, $\{1,\ 2\}$ 를 포함하는 집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

① $(A \cap B) - A = B$ ② $A \cap B = A$

③ $A \cup B = U$ ④ $(A \cup B) - A = \varnothing$

⑤ $B \cap A^c = A$

해설

$A \subset B$ 이므로

① $(A \cap B) - A = \varnothing$

③ $A \cup B = B$

④ $(A \cup B) - A \neq \varnothing$

⑤ $B \cap A^C = B - A$

13. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 36$, $n(A \cap B) = 11$, $n(A^c \cap B^c) = 14$일 때, $n(B)$를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

21

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 14$,
$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 60 - 14 = 46$,
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
$46 = 36 + n(B) - 11$
$\therefore\ n(B) = 21$

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 3개) [배점 4, 중중]

① $A = \varnothing$이면 $n(A) = 0$이다.

② $B \subset A$이면 $n(B) < n(A)$이다.

③ A = B이면 $n(A) = n(B)$이다.

④ $n(A) = n(B)$이면 $A = B$이다.

⑤ $A = \{0\}$이면 $n(A) = 0$이다.

해설

② $B \subset A$이면 $n(B) \leq n(A)$
④ 예를 들면 $A = \{0\}$, $B = \{1\}$이면 $n(A) = n(B) = 1$이지만 $A \neq B$
⑤ $A = \{0\}$이면 $n(A) = 1$

15. 전체집합 $U = \{x | x$는 7 이하의 자연수$\}$의 세 부분집합 A, B, C에 대하여
$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{3, 4, 7\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은? [배점 4, 중중]

① $\{1\}$ ② $\{1, 2\}$
③ $\{1, 6\}$ ④ $\{1, 2, 6\}$
⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로
$(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\} = \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.

16. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24 명, 영어를 좋아하는 학생이 18 명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9 명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

7 명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.
수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.
수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 24 + 18 - 9$
$x = 33$
$n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어을 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$(명)이다.

17. 두 집합 $A=\{1, a, a+2\}, B=\{3, a-2, 2\times a\}$ 에 대하여 $A-B=\{5\}$ 일 때, a 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a-b=\{5\}$ 이므로 $5\in A$ 이다.

(1) $a=5$ 일 때, $A=\{1,5,7\}, B=\{3,10\}$ 이므로 $A-B=\{1,5,7\}\neq\{5\}$ 이다.

(2) $a+2=5$, 즉 $a=3$ 일 때, $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,3,6\}$ 이므로 $A-B=\{5\}$ 이다.

(1),(2)에서 $a=3$ 이다.

18. 두 집합 $A=\{x \mid x$는 n의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 54의 약수$\}$ 에 대하여 $A\subset B$, $A\neq B$ 이기 위한 자연수 n 의 값은 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

7 개

해설

n 은 54 를 뺀 54 의 약수이므로 $1, 2, 3, 6, 9, 18, 27$ 이다. 따라서 7 개이다.

19. 두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 2a-5,\ 5\}$,$B=\{0,\ b+3,\ 3\}$ 에 대하여 $A\cup B=\{-1,\ 0,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $A\cap B=\{0,\ 3\}$ 이기 위한 a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

$a=4$

$b=-1$

해설

$A\cap B=\{0,\ 3\}$ 이므로 $3\in A$

따라서 $2\times a-5=3$, $a=4$

$A=\{-1,\ 0,\ 3,\ 5\}$, $A\cup B=\{-1,\ 0,\ 2,\ 3,\ 5\}$ 이므로 $2\in B$,

$b+3=2$, $b=-1$

$\therefore a=4$, $b=-1$

20. 두 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}, B=\{4,\ 10\}$ 에 대하여 $A\cap X=X, B\cup X=X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

8 개

해설

$A\cap X=X$ 이므로 $X\subset A$, $B\cup X=X$ 이므로 $B\subset X$ $\therefore B\subset X\subset A$

즉, $\{4,\ 10\}\subset X\subset\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

따라서 집합 X는 집합 A의 부분집합 중 원소 4, 10을 반드시 포함하는 집합이므로 개수는

$2^{5-2}=2\times2\times2=8$ (개)이다.

21. 전체집합 $U = \{x|x$는 25 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A-B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

7

해설

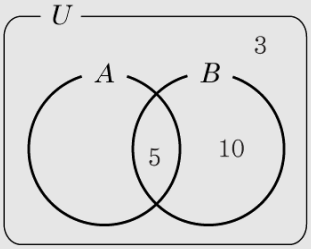
$n(U) = 25$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$

$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$

$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



22. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x|x$는 $3 \le x \le 5$인 자연수$\}$ 에 대하여 $(A-B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

8 개

해설

$B = \{3, 4, 5\}$

$(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$

$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$

$\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$

집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11 을 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8$ (개)

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음 □ 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$A - B$ □ A

[배점 5, 중상]

① $\in$ ② $\subset$ ③ $\supset$ ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,

$62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \phi$ 이다.

$A - B$ □ A에서 □안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset$, $\supset$, $=$ 이다.

24. 집합 $A = \{x \mid x$는 20 이하의 4의 배수 $\}$ 일 때, 보기를 만족하는 집합 B 의 개수는?

보기

$\{4,\ 8\} \subset B \subset A,\ n(B) = 4$

[배점 5, 중상]

① 0개 ② 1개 ③ 2개
④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A = \{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20\}$
집합 B 는 원소 4, 8 을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 집합이므로
$\{4,\ 8,\ 12,\ 16\}$, $\{4,\ 8,\ 12,\ 20\}$, $\{4,\ 8,\ 16,\ 20\}$
의 3 개

25. 집합 $A = \{\varnothing,\ 0,\ 1,\ \{0\},\ \{1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $\varnothing \in A$ ② $\varnothing \subset A$
③ $\{\varnothing\} \subset A$ ④ $\{0,\ 1\} \in A$
⑤ $\{\{0\},\ 0\} \subset A$

해설

① 집합 A 에 속에 있는 $\varnothing$ 은 집합 A 의 원소이다.
② 공집합 $\varnothing$ 는 모든 집합의 부분집합이다.
③ $\{\varnothing\} \subset A$
④ $\{0,\ 1\} \subset A$

26. 두 집합 $A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a+2, 3a\}$ 에서 $A - B = \{1,\ 8\}$ 일 때 a 의 값은? (단, a 는 자연수) [배점 5, 상하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a+2, 3a\}$, $A - B = \{1,\ 8\}$ 이므로 $a^2 = 2$ 또는 $a^2 = a+2$ 또는 $a^2 = 3a$ 이다.
a는 자연수이므로 $a^2 = 3a$ 에서 $a = 3$ 과 $a^2 = a+2$에서 $a = 2$이다.

27. 집합 $A = \{\varnothing,\ 2,\ 4,\ \{2,\ 4\}\}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $\varnothing \in A$ ② $\varnothing \subset A$
③ $\{2,\ 4\} \subset A$ ④ $\{2,\ 4\} \notin A$
⑤ $\{\{2,\ 4\}\} \not\subset A$

해설

④ $\{2,\ 4\} \in A$
⑤ $\{\{2,\ 4\}\} \subset A$

28. 세 자리의 자연수 중에서 일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

해설

일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4 의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다.
4 의 배수가 될 수 있는 한 자리 수는 $0, 4, 8$ 이지만, 백의 자리에는 0 이 올 수 없다.
$\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 3 \times 3 = 18$

29. 자연수를 원소로 하는 세 집합 $A = \{x|2 \le x \le 10\}$, $B = \{x|5 \le x \le 12\}$, $C = \{x|9 \le x \le 15\}$ 에 대하여 $A \odot B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라 할 때, $n((B \odot C) \odot A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

8

해설

$A \odot B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 이므로,

$$\begin{aligned}
&((B \odot C) \odot A) \\
&= (((B \cup C) - (B \cap C)) \odot A) \\
&= (\{5, 6, 7, 8, 13, 14, 15\} \odot \{x|2 \le x \le 10\}) \\
&= (\{5, 6, 7, 8, 13, 14, 15\} \cup \{x|2 \le x \le 10\}) \\
&\quad -(\{5, 6, 7, 8, 13, 14, 15\} \cap \{x|2 \le x \le 10\}) \\
&= \{2, 3, 4, 9, 10, 13, 14, 15\} \\
&\therefore \ n((B \odot C) \odot A) = 8
\end{aligned}$$

30. 집합 $S = \{x \mid x < 9, x$는 자연수$\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A$이면 $12 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

7 개

해설

$A = \{x \mid x \in A$이면 $12 - x \in A\}$ 라는 조건을 보면,
집합 A 는 더해서 12 가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.
9 보다 작은 수 중에 더해서 12 가 되는 수의 쌍은 $(4, 8)$, $(5, 7)$, $(6, 6)$ 이다.
따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은
$\{6\}$, $\{4, 8\}$, $\{5, 7\}$, $\{4, 6, 8\}$, $\{5, 6, 7\}$, $\{4, 5, 7, 8\}$, $\{4, 5, 6, 7, 8\}$ 로 7 개이다.