

단위 테스트2

1. 140에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 3600 ② 4900 ③ 6400
④ 8100 ⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5와 7의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

2. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 써라.

$$\begin{aligned} &2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &2 \times 3 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

6

1260

해설

$$\text{최대공약수} : 2 \times 3 = 6$$

$$\text{최소공배수} : 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1260$$

3. 가로 길이가 96cm, 세로 길이가 120cm인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽에 남은 부분이 없이 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 3, 하상]

- ① 4cm ② 6cm ③ 20cm
④ 24cm ⑤ 48cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 96, 120의 최대공약수 : 24

4. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는? [배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 5^3$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $3^2 \times 5^2$
④ $2^2 \times 7$ ⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서 최대공약수 : $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

5. $100010_{(2)}$ 에서 앞의 1은 뒤의 1의 몇 배인가? [배점 3, 중하]

- ① 4배 ② 8배 ③ 16배
④ 32배 ⑤ 64배

해설

$$100010_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2$$

$$\therefore 2^5 \div 2 = 2^4 = 16 \text{ 배}$$

6. 다음 수를 이진법으로 나타내면 0의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$2^{15} + 2^{10} + 2^4 + 2$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

12 개

해설

2^{15} 을 이진법으로 나타낼 때 0 의 개수는 15 개이므로 $15 - 3 = 12(\text{개})$ 이다.

7. 자연수 A 와 27 의 최대공약수는 9 이고, 최소공배수는 108일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

36

해설

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) A \quad 27} \\ \underline{a \quad 3} \end{array}$$

A 와 27 의 최소공배수가 108 이므로

$$9 \times a \times 3 = a \times 27 = 108$$

$$a = 108 \div 27 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 9 = 36$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 27 = 9 \times 108$$

$$\therefore A = 9 \times 108 \div 27 = 36$$

8. 세 수 8 , 32 , 56 의 공배수 중 600 이상 700 이하인 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

672

해설

세 수의 최소공배수는 224 이므로, 224 의 배수 중 600 이상 700 이하인 수는 672이다.

9. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 8, 최소공배수는 280 이고, $A + B = 96$ 일 때, $A - B$ 는? (단, $A > B$)

[배점 4, 중중]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$A = 8a, B = 8b$
 (단, a, b 는 서로소, $a > b$)라 하면
 최소공배수 $280 = 8 \times 35 = 8 \times a \times b$ 이다.
 $a \times b = 35$ 이므로
 $a = 35, b = 1$ 일 때 $A = 280, B = 8$ 이고,
 $a = 7, b = 5$ 일 때 $A = 56, B = 40$ 이다.
 $A + B = 96$ 이므로 $A = 56, B = 40$ 이다.
 $\therefore A - B = 16$

10. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

18

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
 따라서 $x = 2 \times 3^2 = 18$

11. 세 자연수 $A, 54, 126$ 의 최대공약수가 18일 때, 다음 중 A 가 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① 18 ② 30 ③ 36
 ④ 90 ⑤ 144

해설

세 자연수 $A, 54, 126$ 의 최대공약수가 18이므로 A 는 약수로 18을 가진다.
 따라서 18을 약수로 갖지 않는 ② 30은 A 가 될 수 없다.

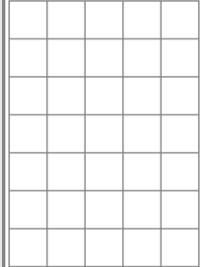
12. 가로 180cm, 세로 252cm인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이를 a cm, 필요한 타일의 개수를 b 장이라고 할 때, $a + b$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

71

해설

가로 180cm, 세로 252cm인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려면, 가로와 세로의 최대공약수를 한 변으로 하는 정사각형을 구하면 된다. 180과 252의 최대공약수는 36이므로, $\therefore a + b = 36 + 35 = 71$



13. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 3$

14. 두 수 $2 \times 3 \times 5^\square, 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

8

해설

$2 \times 3 \times 5^\square, 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^\square \times 7^2$ 이다.
또, $2 \times 3 \times 5^\square, 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.
따라서 $\square$ 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

15. 100 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 수는 몇 개 인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

10 개

해설

약수의 개수가 홀수인 자연수는 제곱수이므로 $1^2, 2^2, \dots, 10^2$ 의 10 개가 있다.