

실력확인문제 (1)

1. 반지름의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 두 원의 중심거리가 d 일 때, 다음 중에서 공통접선의 개수가 2 개인 경우는? [배점 3, 하상]

- ① $d = 4\text{cm}$ ② $d = 6\text{cm}$ ③ $d = 16\text{cm}$
 ④ $d = 18\text{cm}$ ⑤ $d = 19\text{cm}$

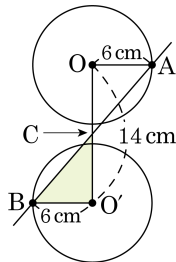
해설

두 점에서 만나는 경우이므로 $r - r' < d < r + r'$ 이다.

$$10 - 6 < d < 10 + 6$$

$$\therefore 4 < d < 16$$

2. 직선 AB 는 반지름의 길이가 6cm 인 두 원 O, O' 의 공통접선이고, 점 A, B 는 접점이다. 선분 AB 의 길이가 14cm 일 때, 삼각형 OBC 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

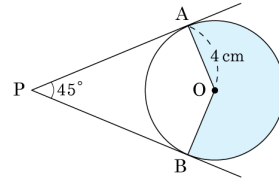
▶ 답:

$$21 \text{ cm}^2$$

해설

A 는 접점이므로 $\angle A$ 는 90° 이고 선분 AC 와 CB 의 길이는 같으므로 각각 7cm 이다. 따라서 삼각형의 넓이는 $7 \times 6 \times \frac{1}{2} = 21 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 이 원 O 의 접선일 때, 색칠한 부채꼴의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

$$10\pi \text{ cm}^2$$

해설

$$\angle AOB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

따라서 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는 $360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$ 이며,

부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하고 원의 넓이가 $16\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$225^\circ : 360^\circ = x : 16\pi$$

$$\therefore x = 10\pi \text{ cm}^2$$

4. 반지름의 길이가 다른 두 원 O, O' 이 있다. 두 원의 중심거리가 4cm 이면 외접하고, 2cm 이면 내접한다. 이 두 원 중에서 큰 원의 반지름의 길이를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

$$3 \text{ cm}$$

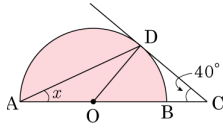
해설

내접할 때 $r - r' = d$ 이고

외접할 때 $r + r' = d$ 이므로

$r - r' = 2, r + r' = 4$ 를 만족하는 두 반지름을 구하면 3, 1 ($\because r, r' > 0$) 이므로 큰 원의 반지름은 3cm 이다.

5. 다음 그림에서 $\overrightarrow{CD}$ 는 반원 O의 접선이고, $\angle C = 40^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

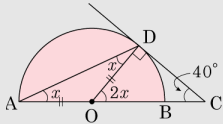


[배점 4, 중중]

▶ 답 :

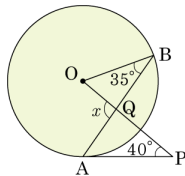
25°

해설



$\overline{OA} = \overline{OD}$ 이므로, $\triangle AOD$ 가 이등변삼각형
 $\angle ADO = x$, $\angle DOC = 2x$
 $\overrightarrow{CD}$ 가 반원의 접선이므로, $\angle ODC = 90^\circ$
 $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ = 2x$
 $\therefore x = 25^\circ$

6. 다음 그림에서 $\overline{AP}$ 는 원 O의 접선이다. $\angle OBA = 35^\circ$, $\angle OPA = 40^\circ$ 일 때, $\angle OQA$ 의 크기는?

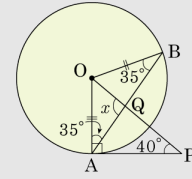


[배점 5, 중상]

- ① 90° ② 95° ③ 100°
 ④ 105° ⑤ 110°

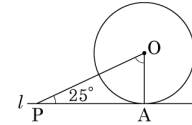
해설

그림에서 원의 중심 O와 접점 A를 이으면,



$\angle OAP = 90^\circ$, $\angle AOP = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$
 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로, 이등변삼각형
 $\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$
 $\therefore \angle OQA = 180^\circ - (35^\circ + 50^\circ) = 95^\circ$

7. 다음 그림과 같이 직선 l 이 원 O와 한 점 A에서 만나고 $\angle APO = 25^\circ$ 일 때, $\angle POA$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

65°

해설

직선 l 이 원 O의 접선이므로 $\angle OAP = 90^\circ$
 $\therefore \angle POA = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$

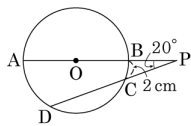
8. 반지름의 길이가 10cm 인 원의 중심 O 에서 한 직선 l 까지의 거리가 7cm 일 때, 원 O 와 직선 l 의 위치 관계로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 두 점에서 만난다. ② 만나지 않는다.
③ 할선이다. ④ 한 점에서 만난다.
⑤ 접선이다.

해설

① 원 O 와 직선 l 은 두 점에서 만난다.

9. 다음 그림에서 $\angle BPC = 20^\circ$, $\overline{CP} = \overline{OC}$, $\widehat{BC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\widehat{AD}$ 의 길이를 구하면?



[배점 5, 상하]

- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm
④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\overline{CP} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OCP$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle \text{OCP} = 180^\circ - (20^\circ + 20^\circ) = 140^\circ$$

$$\angle OCD = 40^\circ$$

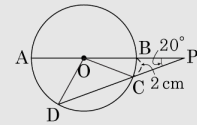
Δ DOC도 이등변삼각형이므로

$$\angle \text{DOC} = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$$

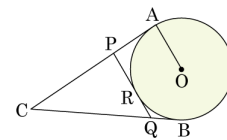
$$\angle AOD = 180^\circ - 100^\circ - 20^\circ = 60^\circ$$

$$20^\circ : 60^\circ = 2 : \widehat{AD}$$

$$\therefore \widehat{AD} = 6(\text{cm})$$



10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 r 인 원 O 의 두 점 A, B 에서 그은 접선이 원 밖의 한 점 C 에서 만나고 있다. 또, $\widehat{AB}$ 위의 임의의 점 R 에서 그은 접선이 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고 $\overline{AC} = 14$ 일 때, 삼각형 PQC 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는
같으므로

$$\overline{AC} = \overline{BC} = 14$$

$$\overline{PA} = \overline{PR}, \overline{QB} = \overline{QR}$$

따라서 삼각형 PQC 의 둘레의 길이는

$$= \overline{PQ} + \overline{CQ} + \overline{CP}$$

$$= (\overline{PR} + \overline{RQ}) + \overline{CQ} + \overline{CP}$$

$$= (\overline{CP} + \overline{PR}) + (\overline{CQ} + \overline{RQ})$$

$$= (\overline{CP} + \overline{PA}) + (\overline{CQ} + \overline{QB})$$

$$= \overline{AC} + \overline{BC}$$

$$= 14 + 14$$

$$= 28$$