확인학습문제

1. 육각형의 내각의 크기의 합을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

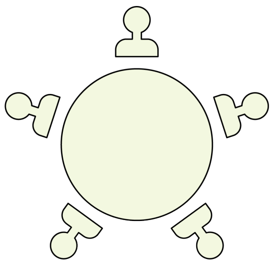
▷ 정답 : $720\,°$

해설

n각형의 내각의 크기의 합은 $180° \times (n-2)$이다.

$n = 6$ 일 때, $180° \times (6-2) = 720°$

2. 그림과 같이 5 명의 학생이 원탁에 둘러 앉아 있다. 양 옆에 앉은 학생을 제외하고 다른 학생들에게 윙크를 하려고 할 때, 윙크를 하는 학생들은 모두 몇 쌍인가?



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 쌍

해설

윙크를 하는 학생들의 쌍은 사람수를 n 으로 하는 n 각형의 대각선의 총 개수와 같다. 그림에서 학생의 수는 5 명이므로 $n = 5$ 가 된다. 오각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{5(5-3)}{2} = 5$ 이다. 따라서 5 쌍이 된다.

3. 다음 보기의 조건을 모두 만족하는 다각형을 구하여라.

보기

㉠ 내각의 크기와 변의 길이가 모두 같다.

㉡ 대각선의 총 개수는 14 이다.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 정칠각형

해설

모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 같은 다각형이므로 정 n각형이라 하면

$\dfrac{n(n-3)}{2} = 14,\ n(n-3) = 28$

$n(n-3) = 7 \times 4 \qquad \therefore\ n = 7$

따라서 $n = 7$ 이므로 정칠각형이다.

4. 대각선의 개수가 44 개이고 모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 같은 다각형은? [배점 3, 하상]

① 정십일각형 ② 정십각형

③ 정구각형 ④ 정팔각형

⑤ 정칠각형

해설

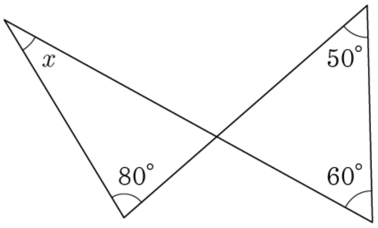
모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 같은 다각형이므로 정 n각형이라 하면

$\dfrac{n(n-3)}{2} = 44,\ n(n-3) = 88$

$n(n-3) = 11 \times 8 \qquad \therefore\ n = 11$

따라서 $n = 11$ 이므로 정십일각형이다.

5. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

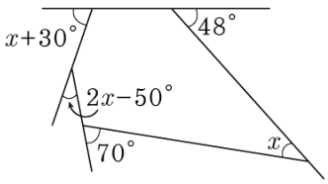
▶ 답 :

▷ 정답 : $30\,°$

해설

맞꼭지각의 크기가 같고,
두 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180\,°$ 이므로
$80\,° + \angle x = 50\,° + 60\,°$
$\therefore \angle x = 30\,°$

6. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $41\,°$

해설

모든 다각형의 외각의 합은 $360\,°$ 이므로
$\angle x + 30\,° + 2\angle x - 50\,° + 70\,° + (180\,° - \angle x) + 48\,° =$
$360\,°$ 이다.
따라서 $2\angle x = 82\,°$ 이므로 $\angle x = 41\,°$ 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

다각형	한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수	대각선의 총 수
오각형		ㄱ
십각형	ㄴ	ㄷ
십오각형	ㄹ	ㅁ

[배점 3, 하상]

① ㄱ − 5 ② ㄴ − 7 ③ ㄷ − 40
④ ㄹ − 12 ⑤ ㅁ − 90

해설

다각형	한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수	대각선의 총 수
오각형	5−3=2	$\frac{5\times(5-3)}{2}=5$
십각형	10−3=7	$\frac{10\times(10-3)}{2}=35$
십오각형	15−3=12	$\frac{15\times(15-3)}{2}=90$

8. 어떤 다각형 안의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하였더니 8 개의 삼각형이 생겼다. 이 다각형의 이름을 말하고 대각선의 총수는? [배점 3, 하상]

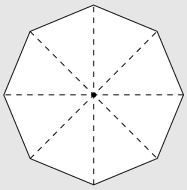
① 육각형, 9 개 ② 칠각형, 14 개
③ 칠각형, 21 개 ④ 팔각형, 20 개
⑤ 팔각형, 24 개

해설

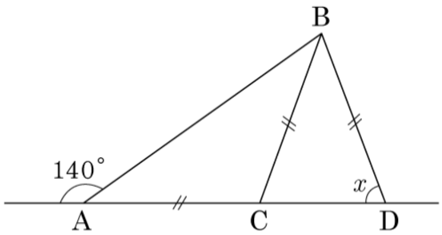
n 각형 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 그을 수 있는 삼각형의 개수 : n 개

8 개의 삼각형이 생기므로 팔각형

$\therefore$ 대각선의 총수는 $\dfrac{8\times5}{2}=20$(개) 이다.



9. 다음 그림과 같이 세 변 $\overline{CA}=\overline{CB}=\overline{BD}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $80°$

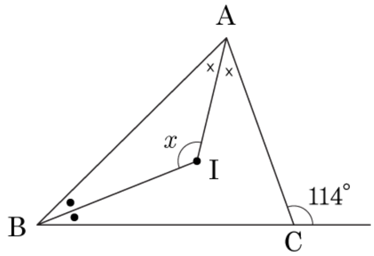
해설

$\angle BAC=40°$ 이다. $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle ACB=180°-40°-40°=100°$ 이다.

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle x=180°-100°=80°$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $123°$

해설

$\angle C=180°-114°=66°$ 이다.

따라서 $x°=90°+\dfrac{1}{2}\times66°=123°$ 이다.

11. 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수를 a 개, 이때 생기는 대각선의 개수를 b 개라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

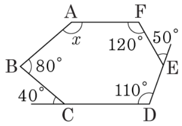
▷ 정답 : 1

해설

$a=n-2,\ b=n-3$ 이므로

$\therefore\ a-b=(n-2)-(n-3)=n-2-n+3=1$

12. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



[배점 3, 중하]

① 160° ② 150° ③ 140°

④ 130° ⑤ 120°

해설

(육각형의 내각의 합) $= 180° \times (6-2) = 720°$

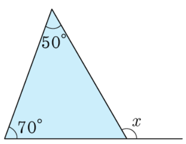
$\angle FED = 180° - 50° = 130°$

$\angle BCD = 180° - 40° = 140°$

$\angle x + 80° + 140° + 110° + 130° + 120° = 720°$

$\therefore \ \angle x = 140°$

13. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

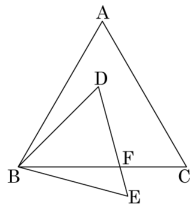
① 100° ② 105° ③ 110°

④ 115° ⑤ 120°

해설

$50° + 70° = 120°$

14. 다음 그림의 정삼각형 ABC와 BED에서 $\angle EBC = 15°$일 때, $\angle DFC$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $105°$

해설

$\angle EBC = 15°$이면 $\angle DBF = 45°$이다.

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle DFC = \angle DBF + \angle FDB = 45° + 60° = 105°$

15. 다음 설명 중 틀린 것을 모두 찾아라.

㉠ 세 내각의 크기가 같아도 정삼각형은 아니다.

㉡ 세 변의 길이가 같은 삼각형은 정삼각형이다.

㉢ 네 변의 길이가 같다고 해서 모두 정사각형은 아니다.

㉣ 내각의 크기가 모두 같은 사각형은 정사각형이다.

㉤ 각각의 내각의 크기와 변의 길이가 모두 같으면 정다각형이다.

[배점 3, 중하]

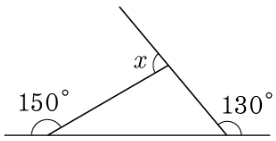
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 삼각형에서 세 내각의 크기가 같으면 세 변의 길이도 같다. 내각과 변의 길이가 같음으로 정삼각형이다.
㉣ 직사각형은 내각의 크기가 모두 같지만 정사각형이 아니다.

16. 다음 그림의 $\angle x$ 의 값으로 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

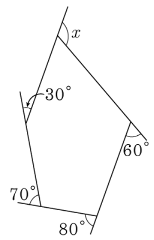
① $60°$　　② $70°$　　③ $80°$

④ $90°$　　⑤ $100°$

해설

한 외각의 크기는 그것과 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용하여 푼다.
외각 $150°$ 의 내각은 $30°$ 이고, 외각 $130°$ 의 내각은 $50°$ 이다.
따라서 $\angle x = 30° + 50° = 80°$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

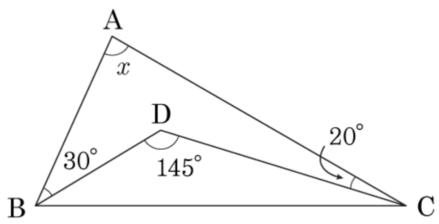
① $120°$　　② $130°$　　③ $140°$

④ $150°$　　⑤ $160°$

해설

다각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로
$\angle x = 360° - 30° - 70° - 80° - 60° = 120°$

18. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

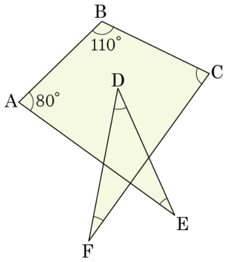
① $90°$　　② $95°$　　③ $100°$

④ $105°$　　⑤ $110°$

해설

$\angle x + 30° + 20° = 145°$, $\therefore \angle x = 95°$

19. $\angle A = 80°$, $\angle B = 110°$ 일 때, $\angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 의 크기는?



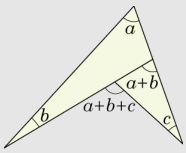
[배점 4, 중중]

① 150° ② 170° ③ 210°

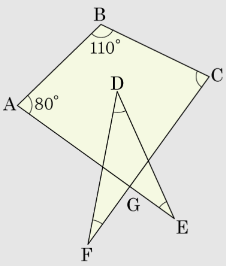
④ 270° ⑤ 350°

해설

삼각형의 외각의 성질을 이용하면 다음 그림과 같은 공식을 만들 수 있다.



$\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 G 라 하자.



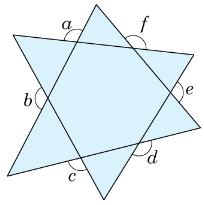
$\angle EGF = \angle AGC = \angle D + \angle E + \angle F$ 이고

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle AGC = 360°$ 이므로

$80° + 110° + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360°$ 이다.

$\therefore\ \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 170°$ 이다.

20. 다음 그림의 평면도형에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$ 의 크기는?

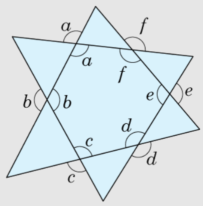


[배점 4, 중중]

① 180° ② 360° ③ 540°

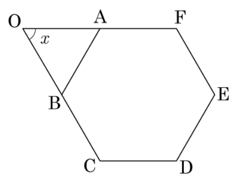
④ 720° ⑤ 900°

해설



육각형의 내각의 합은 $180° \times (6-2) = 720°$ 이므로 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f = 720°$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 정육각형 ABCDEF 의 두 변 AF, BC 의 연장선의 교점을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



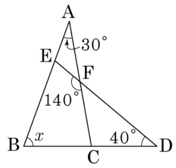
[배점 4, 중중]

① 30° ② 40° ③ 50°

④ 60° ⑤ 70°

정오각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{6} = 60°$ 이고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로 $\angle x = 180° - 60° - 60° = 60°$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

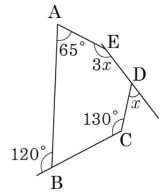
▶ 답 :

▷ 정답 : $70°$

해설

$\angle \mathrm{AFE} = \angle \mathrm{CFD} = 40°$ 이므로
$\angle \mathrm{BEF} = 30° + 40° = 70°$
$\angle \mathrm{BCF} = 40° + 40° = 80°$
□EBCF 에서
$\angle x = 360° - (70° + 80° + 140°) = 70°$

23. 다음 그림에서 $2x$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

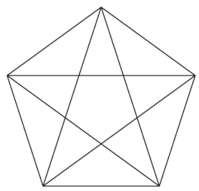
▶ 답 :

▷ 정답 : $105°$

해설

$(180° - 120°) + 65° + 3x + (180° - x) + 130° = 540°$ 이다.
따라서 $x = \frac{105°}{2}$ 이므로 $2x = 105°$이다.

24. 다음 그림과 같이 오각형의 대각선을 그었을 때, 오각형의 꼭짓점들로 만들어지는 삼각형의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

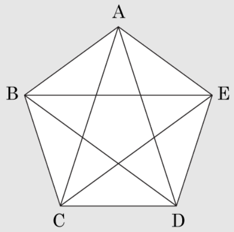


[배점 4, 중중]

▶ 답 :

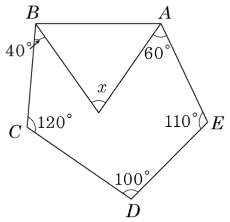
▷ 정답 : 10 개

해설



꼭짓점을 각각 A, B, C, D, E라 하면 만들어지는 삼각형은 △ABC, △ABD, △ABE, △ACD, △ACE, △ADE, △BCD, △BCE, △BDE, △CDE의 모두 10 개이다.

25. 다음 그림의 $\angle x$ 의 크기로 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

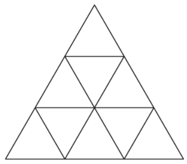
① 30° ② 50° ③ 70°

④ 90° ⑤ 110°

해설

오각형의 내각의 총합은 $180° \times (5-2) = 540°$ 이므로 $40° + 120° + 100° + 110° + 60° +$ (삼각형의 두 내각) $= 540°$ 이다.
따라서 (삼각형의 두 내각) $= 540° - 40° - 120° - 100° - 110° - 60° = 110°$ 이다.
내부의 삼각형만을 고려하면 (삼각형의 두 내각)$+ \angle x = 180°$ 이므로, $\angle x = 180° - 110° = 70°$ 이다.

26. 다음 그림에서 길이가 모두 같은 선분으로 만든 도형이다. 이 도형에서 정삼각형의 개수는?

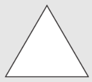


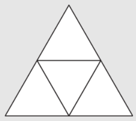
[배점 5, 중상]

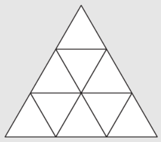
① 10 개 ② 11 개 ③ 12 개

④ 13 개 ⑤ 14 개

해설

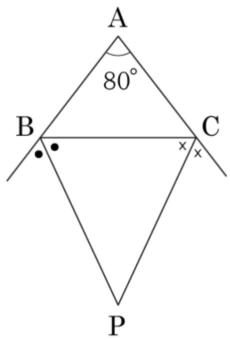

모양 - 9 개


모양 -3 개


모양 - 1 개

$\therefore 9 + 3 + 1 = 13$

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BP}$ 는 $\angle B$ 의 외각의 이등분선이고, $\overline{CP}$ 는 $\angle C$ 의 외각의 이등분선일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 50°　② 52°　③ 54°　④ 56°　⑤ 58°

해설

$\angle CBP = a$, $\angle BCP = b$ 라 하면
외각의 합은 $360°$ 이므로
$2a + 2b + 100° = 360°$
$\therefore\ a + b = 130°$
$\therefore\ \angle BPC = 180° - (a+b) = 180° - 130° = 50°$

28. 두 다각형에서 꼭짓점의 개수의 합은 11 개, 대각선의 총수의 합은 14 개인 a 각형, b 각형이 있다. $a + 2b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

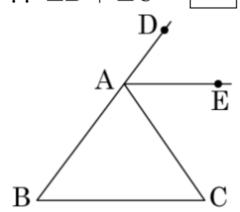
▷ 정답 : 16

해설

n 각형의 꼭짓점의 개수는 n 개 이므로,
두 다각형의 꼭짓점의 개수를 각각 a, b 이다.
$a + b = 11$, $\dfrac{(a-3)a}{2} + \dfrac{(b-3)b}{2} = 14$
$\therefore\ a = 6,\ b = 5$
따라서 $a + 2b = 6 + 2 \times 5 = 16$ 이다.

29. 다음은 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다는 것을 증명한 것이다. □ 안에 알맞은 것을 차례대로 써 넣은 것은?

꼭짓점 A 를 지나고 밑변 BC 에 평행한 반직선 AE 를 그으면
$\angle B$ 와 $\angle DAE$ 는 동위각으로 같다.
또한, $\angle C$ 와 $\angle EAC$ 는 엇각이므로 $\angle C = \angle EAC$
$\therefore\ \angle B + \angle C = \square + \square = \square$



[배점 5, 중상]

① $\angle DAE$, $\angle EAD$, $\angle CAE$
② $\angle DAE$, $\angle EAC$, $\angle CAE$
③ $\angle DAE$, $\angle EAC$, $\angle DAC$
④ $\angle DAC$, $\angle EAD$, $\angle CAE$
⑤ $\angle DAC$, $\angle EAD$, $\angle CAD$

해설

$\angle DAE$, $\angle EAC$, $\angle DAC$

30. 어느 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그었더니 18 개의 삼각형이 생겼다. 이 다각형의 대각선의 총수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 170 개

해설

n각형이라고 하면

$n-2=18$ 이므로 $n=20$

$\therefore \dfrac{n(n-3)}{2}=\dfrac{20\times 17}{2}=170$

31. 어느 다각형의 내각의 합과 외각의 합을 더한 값이 $2700°$ 이다. 주어진 다각형을 n 각형이라 하고, 외각의 크기의 합을 $x°$ 라 할 때, $\dfrac{x}{n}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{x}{n}=\ 24$

해설

n 각형의 내각의 크기의 합 : $180°\times(n-2)$

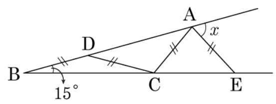
n 각형의 외각의 크기의 합 : $360°$

$180°\times(n-2)=2700°-360°=2340°$ 이고,

$n=15$ 이다.

따라서 $x=360$, $n=15$ 이므로 $\dfrac{x}{n}=\dfrac{360}{15}=24$ 이다.

32. 다음 그림에서 $\overline{DB}=\overline{DC}=\overline{AC}=\overline{AE}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 °

해설

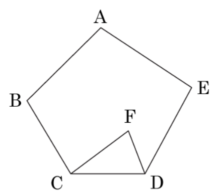
$\angle DCB=\angle DBC=15°$

$\angle ADC=\angle DAC=15°+15°=30°$

$\angle ACE=\angle AEC=30°+15°=45°$

$\therefore\ \angle x=\angle DBC+\angle AEC=15°+45°=60°$

33. 다음 그림의 오각형 ABCDE 에서 $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점이 점 F 이고, $\angle A+\angle B+\angle E=340°$ 일 때, $\angle CFD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

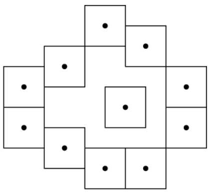
▶ 답 :

▷ 정답 : 80 °

해설

$\angle A + \angle B + \angle E = 340°$ 이므로 $\angle C + \angle D = 540° - 340° = 200°$
또 $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점이 점 F 이므로 $\angle FCD + \angle FDC = \frac{1}{2}(\angle C + \angle D) = \frac{1}{2} \times 200° = 100°$
그런데 $\angle FCD + \angle FDC + \angle CFD = 180°$ 이므로 $\angle CFD = 180° - 100° = 80°$

34. 다음은 정사각형 모양의 블록을 자유롭게 이어서 만든 도형이다. 점이나 선으로 이웃하는 정사각형의 중심 사이에 빨간 선분을 긋고, 이웃하지 않는 정사각형의 중심 사이에는 파란 선분을 그을 때, 빨간 선분과 파란 선분의 개수의 차를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 35 개

해설

(1) 빨간 선분의 개수
이웃하는 정사각형의 중심끼리 연결하면 십각형의 변의 개수와 같다. $\therefore$ 10 개
(2) 파란 선분의 개수
십각형의 각 꼭짓점에서 이웃하지 않은 꼭짓점을 연결하면 십각형의 대각선의 총수와 같다.
$\frac{10(10-3)}{2} = 35$ 개
또 중앙에 있는 정사각형의 중심에서 각 십각형의 꼭짓점으로 연결한 선분의 개수는 10 개이다.
$\therefore 35 + 10 = 45$ 개
따라서 빨간 선분과 파란 선분의 개수 차는 $45 - 10 = 35$ 개

35. 어떠한 다각형에 대해 꼭짓점의 수를 a개 , 그리고 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 b개, 이때 생기는 삼각형의 개수를 c개라고 하면 $2b - a - c$ 의 값은? [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

어떠한 다각형이라 하였음으로 n 각형이라 생각하면, 꼭짓점의 수 $a = n$ 이 되고, 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 $b = n - 3$, 이때 생기는 삼각형의 개수 $c = n - 2$ 이다.
따라서 $2b - a - c = 2(n-3) - n - (n-2) = 2n - 6 - n - n + 2 = -4$ 이다.