

실력3

1. 두 집합 $A = \{2, 5\}$, $B = \{5, a\}$ 가 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

두 집합 A , B 가 서로 같으므로 $\{2, 5\} = \{5, a\}$
따라서 $2 = a$

2. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

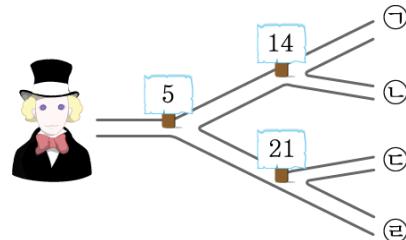
개

▷ 정답: 8개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면
 $\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\},$
 $\{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

3. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ① ~ ⑤ 중 어디인지 말하여라.



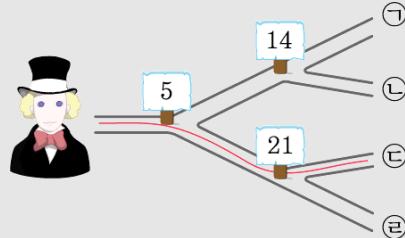
[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: ④

해설

5는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다.
그 다음 21은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ④이 된다.



4. 다음 중 공집합인 것은?

[배점 2, 하하]

① $\{x|x\text{는 분모가 }7\text{인 기약분수}\}$

② $\{x|x\text{는 }9\text{의 배수 중 짝수}\}$

③ $\{x|x\text{는 }11\text{ 미만의 홀수}\}$

④ $\{x|x\text{는 }1 < x \leq 2\text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x\text{는 }1\text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{ \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots \right\}$
 ② {18, 36, 54, ...}
 ③ {1, 3, 5, 7, 9}
 ④ {2}

해설

2) 28
 2) 14 ... 0
 2) 27 ... 0
 2) 23 ... 1
 2) 21 ... 1
 2) 20 ... 1

따라서 0은 2 개이다.

5. 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 없는 것은? [배점 2, 하중]

- ① {1, 2} ② {1, 2, 3}
 ③ {1, 2, 4} ④ {2, 3, 4} (Red circle)
 ⑤ {1, 2, 3, 4}

- ④ $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

6. 아래의 십진법으로 나타낸 수를 이진법으로 나타낼 때, 안에 들어가는 수들 중 0 은 모두 몇 개인가?

$$\begin{array}{r} 2) 28 \\ 2) 14 \cdots \square \\ 2) 7 \cdots \square \\ 2) 3 \cdots \square \\ 2) 1 \cdots \square \\ 0 \cdots \square \end{array}$$

[배점 2, 하중]

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 (Red circle)
 ④ 3개 ⑤ 4개

7. 두 집합 $A = \{3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 갯수를 모두 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답: 8 개
 ▶ 정답: 8 개

해설

$A \subset X \subset B$ 는 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 나타낸다.
 따라서 $\{3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 으므로 갯수는 8개이다.

8. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

[배점 2, 하중]

▶ 답: 3 개
 ▶ 정답: 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9의 약수 : 1, 3, 9

14의 약수 : 1, 2, 7, 14

34의 약수 : 1, 2, 17, 34

81의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2의 약수 : 1, 2

23의 약수 : 1, 23

47의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47의 3개이다.

9. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

① 합성수는 약수의 개수가 3개이다.

② 짝수인 소수가 있다.

③ 1은 소수도 합성수도 아니다.

④ 2의 배수는 모두 합성수이다.

⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

① 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.

④ 2의 배수 중에 2는 소수이다.

⑤ 짝수인 2도 소수이다.

10. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

[배점 2, 하중]

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9의 4개이다.

11. 12로 나누어도 1이 남고, 16로 나누어도 1이 남는 자연수 중 100보다 작은 자연수는? [배점 2, 하중]

① 48, 96

② 48, 97

③ 49, 97

④ 50, 96

⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16의 공배수보다 1만큼 큰 수 중 100보다 작은 수이다. 이때, 12, 16의 최소공배수는 48이므로 12, 16의 공배수는 48, 96, …이다.

따라서 구하는 수는 49, 97이다.

12. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열하여라.

Ⓐ $2 \times 3 \times 5$

Ⓑ $100000_{(2)}$

Ⓒ $11111_{(2)}$

Ⓓ $11010_{(2)}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : Ⓑ

▷ 정답 : Ⓒ

▷ 정답 : Ⓐ

▷ 정답 : Ⓓ

해설

Ⓐ $2 \times 3 \times 5 = 30$

Ⓑ $100000_{(2)} = 2^5 = 32$

Ⓒ $11111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$

Ⓓ $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 16 + 8 + 2 = 26$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면 Ⓑ, Ⓒ, Ⓐ, Ⓓ이다.

13. 다음 중 집합 A , B 사이의 관계가 $A \subset B$ 인 것은?

[배점 3, 하상]

Ⓐ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$

Ⓑ $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{의 약수}\}$

Ⓒ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$

Ⓓ $A = \{x \mid x \text{는 } 56 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$

Ⓔ $A = \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$

해설

Ⓐ $A = \{1, 2, 4, 8\},$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \Rightarrow A \subset B$

Ⓑ $A = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\},$
 $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{1, 5\}$

Ⓒ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\},$
 $B = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{60, 120, 180, \dots\}$

Ⓓ $A = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\},$
 $B = \{7, 14, 21, 28, \dots\} \Rightarrow A \not\subset B$

Ⓔ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 $B = \{30, 60, 90, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{30, 60\}$

14. $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 12 일 때,
 $n(A \cap B)$ 는?

[배점 3, 하상]

- Ⓐ 4 Ⓑ 6 Ⓒ 8 Ⓓ 12 Ⓔ 24

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 $A \cap B = \{x|x\text{는 }12\text{의 약수}\}$
 $\therefore n(A \cap B) = 6$

15. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 집합을 A 라고 할 때,
 $n(A)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는
 $2^2 \times 3^2$ 공약수는 최대공약수의 약수이므로,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $\therefore n(A) = 9$

16. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2의 지수가 4이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2의 지수가 3이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11의 지수가 3이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11의 지수가 1이어야 한다.
 따라서 $a = 3$, $b = 1$

17. 두 자연수의 곱이 1280이고 최소공배수가 160 일 때,
 두 수의 최대공약수를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1280 = 160 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 8$

18. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 A 가 있다. A 에 대한
 다음 설명 중 빈 칸에 들어갈 수로 알맞은 것을 골라라.

- (가) $\leq A <$ (나)

[배점 3, 중하]

- ① (가) : 2^2 (나) : 2^3 ② (가) : 2^3 (나) : 2^4
 ③ (가) : 2^4 (나) : 2^5 ④ (가) : 2^2 (나) : 2^2
 ⑤ (가) : 2^2 (나) : 2^5

해설

(가) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 작은 수이고, (나) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수보다 1 큰 수 혹은 그보다 더 큰 수이다.

네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 수 중 가장 작은 수는, $1000_{(2)}$ 이므로 $1000_{(2)} = 2^3$ 이고, 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수는, $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$ 이므로, 이보다 1 큰 수는 $15 + 1 = 16 = 2^4$ 이다. 따라서 (가) 는 2^3 이고, (나) 는 2^4 혹은 2^4 보다 더 큰 수이다. 조건을 만족하는 것은 ② 뿐이다.

19. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연 수를 구하여라. [배집 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 180

해설

18 과 30 의 공배수는 184과 30의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{ 과 } 30 \text{ 의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

20. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20 명, 산으로 여행을 간 학생이 13 명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9 명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라. [배집 3, 중하]

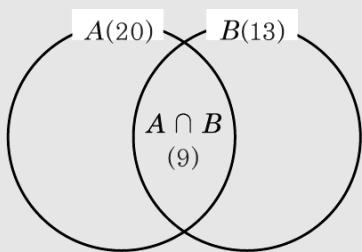
▶ 답:

명

▷ 정답: 15 **명**

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A, 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤다이어그램에 그리면 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 $n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$\begin{aligned} & n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B)) \\ &= (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15 \end{aligned}$$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15 명이다.