

실력3

1. 두 집합 $A = \{2, 5\}$, $B = \{5, a\}$ 가 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 집합 A, B 가 서로 같으므로 $\{2, 5\} = \{5, a\}$
따라서 $2 = a$

2. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 2, 하하]

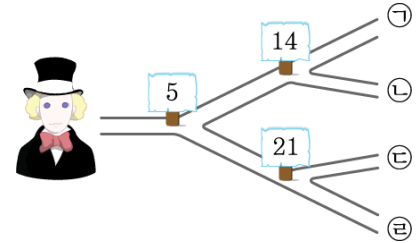
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면
 $\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\},$
 $\{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

3. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ㉠ ~ ㉣ 중 어디인지 말하여라.



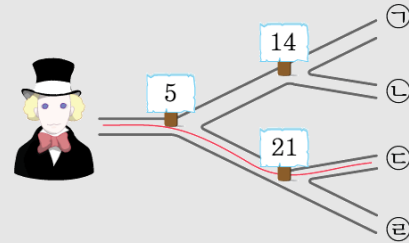
[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

5 는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다.
그 다음 21 은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ㉢이 된다.



4. 다음 중 공집합인 것은? [배점 2, 하하]

- ① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 1 < x \leq 2 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
 ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 ④ $\{2\}$

5. 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 없는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$
 ③ $\{1, 2, 4\}$ ④ $\{2, 3, 4\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

- ④ $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

6. 아래의 십진법으로 나타낸 수를 이진법으로 나타낼 때, 안에 들어가는 수들 중 0 은 모두 몇 개인가?

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28} \\ 2 \overline{) 14} \dots \square \\ 2 \overline{) 7} \dots \square \\ 2 \overline{) 3} \dots \square \\ 2 \overline{) 1} \dots \square \\ 0 \dots \square \end{array}$$

[배점 2, 하중]

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28} \\ 2 \overline{) 14} \dots 0 \\ 2 \overline{) 7} \dots 0 \\ 2 \overline{) 3} \dots 1 \\ 2 \overline{) 1} \dots 1 \\ 2 \overline{) 0} \dots 1 \end{array}$$

따라서 0은 2개이다.

7. 두 집합 $A = \{3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 갯수를 모두 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답: 개
 ▷ 정답: 8개

해설

$A \subset X \subset B$ 는 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 나타낸다.
 따라서 $\{3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{3, 4, 5\},$
 $\{1, 2, 3, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 갯수는 8개이다.

8. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

[배점 2, 하중]

▶ 답: 개
 ▷ 정답: 3개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9 의 약수 : 1, 3, 9

14 의 약수 : 1, 2, 7, 14

34 의 약수 : 1, 2, 17, 34

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2 의 약수 : 1, 2

23 의 약수 : 1, 23

47 의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

9. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

① 합성수는 약수의 개수가 3 개이다.

② 짝수인 소수가 있다.

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

④ 2 의 배수는 모두 합성수이다.

⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

① 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.

④ 2 의 배수 중에 2 는 소수이다.

⑤ 짝수인 2 도 소수이다.

10. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

[배점 2, 하중]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

11. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는? [배점 2, 하중]

① 48, 96

② 48, 97

③ 49, 97

④ 50, 96

⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, ... 이다.

따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

12. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열하여라.

- | | |
|-------------------------|------------------|
| ㉠ $2 \times 3 \times 5$ | ㉡ $100000_{(2)}$ |
| ㉢ $11111_{(2)}$ | ㉣ $11010_{(2)}$ |

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $2 \times 3 \times 5 = 30$
 ㉡ $100000_{(2)} = 2^5 = 32$
 ㉢ $11111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$
 ㉣ $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 16 + 8 + 2 = 26$
 따라서 큰 수부터 차례로 나열하면 ㉡, ㉢, ㉠, ㉣이다.

13. 다음 중 집합 A, B 사이의 관계가 $A \subset B$ 인 것은?

[배점 3, 하상]

- ㉠ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$
 ㉡ $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{의 약수}\}$
 ㉢ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$
 ㉣ $A = \{x \mid x \text{는 } 56 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
 ㉤ $A = \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$

해설

- ㉠ $A = \{1, 2, 4, 8\},$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \Rightarrow A \subset B$
 ㉡ $A = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\},$
 $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{1, 5\}$
 ㉢ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\},$
 $B = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{60, 120, 180, \dots\}$
 ㉣ $A = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\},$
 $B = \{7, 14, 21, 28, \dots\} \Rightarrow A \not\subset B$
 ㉤ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 $B = \{30, 60, 90, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{30, 60\}$

14. $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 12 일 때,
 $n(A \cap B)$ 는?

[배점 3, 하상]

- ㉠ 4 ㉡ 6 ㉢ 8 ㉣ 12 ㉤ 24

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 $A \cap B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 $\therefore n(A \cap B) = 6$

15. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 집합을 A 라고 할 때,
 $n(A)$ 는? [배점 3, 하상]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는
 $2^2 \times 3^2$ 공약수는 최대공약수의 약수이므로,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $\therefore n(A) = 9$

16. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88
 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2의 지수가 4이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2의 지수가 3이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11의 지수가 3이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11의 지수가 1이어야 한다.
 따라서 $a = 3$, $b = 1$

17. 두 자연수의 곱이 1280이고 최소공배수가 160일 때,
 두 수의 최대공약수를 구하면? [배점 3, 중하]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L
 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1280 = 160 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 8$

18. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 A 가 있다. A 에 대한
 다음 설명 중 빈 칸에 들어갈 수로 알맞은 것을 골라라.

(가) $\leq A < (나)$

[배점 3, 중하]

- ① (가) : 2^2 (나) : 2^3 ② (가) : 2^3 (나) : 2^4
 ③ (가) : 2^4 (나) : 2^5 ④ (가) : 2^2 (나) : 2^2
 ⑤ (가) : 2^2 (나) : 2^5

해설

(가) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 작은 수이고, (나) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수보다 1 큰 수 혹은 그보다 더 큰 수이다.

네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 수 중 가장 작은 수는, $1000_{(2)}$ 이므로 $1000_{(2)} = 2^3$ 이고, 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수는, $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$ 이므로, 이보다 1 큰 수는 $15 + 1 = 16 = 2^4$ 이다. 따라서 (가) 는 2^3 이고, (나) 는 2^4 혹은 2^4 보다 더 큰 수이다.

조건을 만족하는 것은 ② 뿐이다.

19. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 180

해설

18 과 30 의 공배수는 18과 30의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{ 과 } 30 \text{ 의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

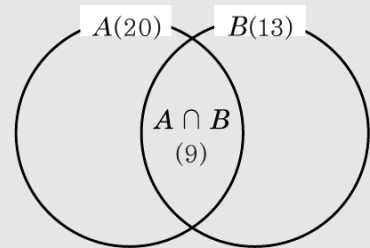
20. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20명, 산으로 여행을 간 학생이 13명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 : 명

▶ 정답 : 15명

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A , 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 $n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$$

$$= (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15$$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15명이다.