

실력3

1. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{6, 7\} \cap \{6\} = \{6\}$
- ② $\{\triangle, \triangleright\} \cap \{\triangleright, \nabla, \triangleleft\} = \{\triangleright\}$
- ③ $\{s, o, u, t, h\} \cap \{n, o, r, t, h\} = \{o, t, h\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \emptyset$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{3\}$

해설

⑤ $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$,
 $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
 $\{1, 3, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 3\}$

2. 다음 안에 들어갈 알맞은 것은?(단, $A \cap B \neq \emptyset$)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - \text{$$

[배점 2, 하중]

- ① $n(A)$ ② $n(B)$ ③ $n(A \cap B)$
- ④ $n(A \cup B)$ ⑤ $n(\emptyset)$

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 이고, $A = \{x|x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $n(B) = 10$
- ② $\{x|x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 6 \text{의 배수}\} \supset A$
- ③ $\{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \subset B$
- ④ $n(A) = n(B)$
- ⑤ $B - A \neq \emptyset$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

그러므로 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} = B$ 이다.

- ② $\{x|x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\} \subset A$
- ③ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\} \supset B$
- ⑤ $B - A = \emptyset$

4. 20150 을 십진법의 전개식으로 나타낸 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2 \times 10^2 + 1 \times 10^2 + 5 \times 1$
- ② $2 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 5 \times 1$
- ③ $2 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10$
- ④ $2 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 5 \times 10$
- ⑤ $2 \times 10^4 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10$

해설

$$20150 = 20000 + 100 + 50 = 2 \times 10^4 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10$$

5. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 $n(U) = 11$, $n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$$

6. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A_{84} \cap A_{120})$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A_{84} \cap A_{120}$ 는 84와 120의 공약수의 집합이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.

84와 120의 최대공약수는 12이므로 $A_{84} \cap A_{120} = A_{12}$ 이다. 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같고, 12의 약수는 모두 6개이므로 $n(A_{84} \cap A_{120}) = 6$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로 원소의 개수 $n(A \cup B) = 6$ 이다.

8. 이진법으로 나타낸 수 $111_{(2)}$ 보다 크고 $1111_{(2)}$ 보다 작은 자연수의 개수는? [배점 3, 하상]

① 6 개

② 7 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

$$111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \text{ 이므로}$$

$111_{(2)}$ 보다 크고 $1111_{(2)}$ 보다 작은 자연수는 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14의 7개이다.

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 3, 하상]

- ① $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 ② $111110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 ③ $1001001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$
 ④ $1111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 ⑤ $1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2$

해설

- ② $111110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$
 ③ $1001001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$
 ④ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

10. $1010_{(2)}$ 보다 2 만큼 큰 수를 a , $10111_{(2)}$ 보다 1 만큼 작은 수를 b 라고 할 때, 두 수 a, b 의 합을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 34

해설

$1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 8 + 2 = 10$
 $\therefore a = 12$
 $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 4 + 2 + 1 = 23$
 따라서 $b = 22$
 $\therefore a + b = 34$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 원소 1 을 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답: 개

▶ 정답: 4개

해설

$\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$

12. 다음 중 □ 안에 알맞은 기호를 써 넣은 것을 골라라.
[배점 3, 중하]

- ① $\{1\} \not\subseteq \{2, 3\}$
 ② $\emptyset \not\subset \{1, 2, 3\}$
 ③ $\{1, 3, 9\} \not\subset \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
 ④ $\{2, 4, 6, 8\} \subset \{x|x \text{는 짝수}\}$
 ⑤ $\{5\} \subset \{x|x \text{는 } 11 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{1\} \not\subset \{2, 3\} \rightarrow 1 \notin \{2, 3\}$
 ② $\emptyset \subset \{1, 2, 3\} \rightarrow \emptyset$ 는 모든 집합의 부분집합이다.
 ③ $\{1, 3, 9\} \subseteq \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} \rightarrow \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$
 ⑤ $\{5\} \not\subset \{x|x \text{는 } 11 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} \rightarrow 5 \notin \{x|x \text{는 } 11 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

13. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $\{2, 5\} \subset X \subset A$ 를 만족하는 집합 X 로 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $\{2, 3, 4\}$ ② $\{2, 3, 5\}$
 ③ $\{2, 5, 7\}$ ④ $\{2, 3, 4, 5\}$
 ⑤ $\{2, 3, 5, 7\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이고,
 $\{2, 5\} \subset X \subset A$ 이므로 집합 X 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

① $5 \notin \{2, 3, 4\}$

④ $4 \notin A$

따라서 집합 $\times$ 로 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

14. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은 [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 2, 4, 8, 16\}$ ② $\{4, 16, 64, \dots\}$
 ③ $\{16, 32, 48\}$ ④ $\{4, 8, 16, 32, \dots\}$
 ⑤ $\{16, 32, 48, 64, \dots\}$

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수로 이루어진 집합이다.

15. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답: 개

▶ 정답: 15개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

따라서 원소가 4개인 A 의 부분집합은

$\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 12\},$
 $\{1, 2, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 12\}, \{1, 2, 6, 12\},$
 $\{1, 3, 4, 6\}, \{1, 3, 4, 12\}, \{1, 3, 6, 12\},$
 $\{1, 4, 6, 12\}, \{2, 3, 4, 6\}, \{2, 3, 4, 12\},$
 $\{2, 3, 6, 12\}, \{2, 4, 6, 12\}, \{3, 4, 6, 12\}$

15 개다.

16. 이진법으로 나타낸 수 $1a11_{(2)}$ 과 $11b00_{(2)}$ 이 3의 배수가 되기 위한 a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = 1$

▶ 정답: $b = 0$

해설

$1a11_{(2)} = 1 \times 2^3 + a \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11 + 4 \times a$
 a 의 값이 될 수 있는 수는 0 또는 1이므로 3의 배수가 되려면 $a = 1$ 이어야 한다.

$11b00_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + b \times 2^2 = 24 + 4 \times b$
 b 의 값이 될 수 있는 수는 0 또는 1이므로 3의 배수가 되려면 $b = 0$ 이어야 한다.

17. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는
 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

18. 두 집합 $A = \{\neg, \perp, \sqsubset, \sqsupset\}$, $B = \{\perp, \sqsubset, \sqsupset, \sqcap\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0 개 ② 2 개 ③ 4 개
④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{\perp, \sqsubset, \sqsupset\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B$ 와 집합 B 가 다음과 같을 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

$$A \cup B = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x|x \text{는 } 3 \text{미만의 자연수}\}$$

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 4, 8\}$
② $\{x|x \text{는 } 5 \text{보다 큰 } 2 \text{의 배수}\}$
③ $\{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$
④ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로

집합 A 는 원소 4, 8 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

$$\textcircled{5} \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$$

20. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

21. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 가 되지 않는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \subset C$ ㉡ $A = C$
 ㉢ $C \subset A$ ㉣ $A = B$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣
 ③ ㉠, ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $A = B = C$ 가 아니어도 항상 $A \subset C$ 이다.
 ㉢ $A = B \subset C$ 일 때, $C \subset B$ 인지 알 수 없으므로 $A = B = C$ 가 아니다.

22. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $1001_{(2)}$ 은 소수가 아니다.
 ㉡ $111_{(2)}$ 은 3의 배수이다.
 ㉢ $11_{(2)}$ 보다 1 큰 수는 $100_{(2)}$ 이다.
 ㉣ $100_{(2)}$ 보다 1 작은 수는 99이다.
 ㉤ $100_{(2)}$ 과 $110_{(2)}$ 은 서로소이다.

[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

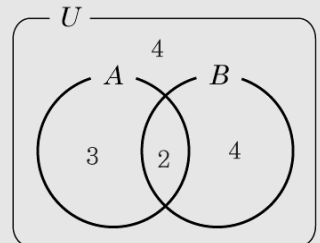
- ㉠ $1001_{(2)} = 9$ 는 소수가 아니다.
 ㉡ $111_{(2)} = 7$ 은 3의 배수가 아니다.
 ㉢ $11_{(2)} = 3$ 보다 1 큰 수는 $4 = 100_{(2)}$ 이다.
 ㉣ $100_{(2)} = 4$ 보다 1 작은 수는 $3 = 11_{(2)}$ 이다.
 ㉤ $100_{(2)} = 4$ 와 $110_{(2)} = 6$ 은 서로소가 아니다.
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣의 2개이다.

23. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 41 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 4$, $n(B^c) = 7$, $n(A^c \cap B^c) = 4$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(U) = 13$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 6$
 $A^c \cap B = B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(A^c \cap B) = 4$



$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 4$
 벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 13 - (6 + 4) = 3$ 이다.