

1. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 홀수}\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ 일 때 집합 A를 구하면?

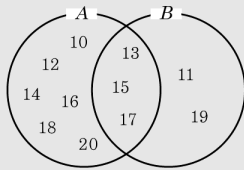
[배점 3, 하상]

- ① $\{13, 15\}$
 ② $\{13, 15, 17, 19, 20\}$
 ③ $\{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
 ④ $\{10, 14, 16, 18\}$
 ⑤ $\{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ 가 된다.

$A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



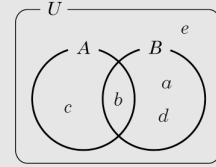
그러므로 $A = \{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$ 이다.

2. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{b\}$, $B - A = \{a, d\}$, $(A \cup B)^c = \{e\}$ 일 때, $A - B$ 는?
 [배점 3, 하상]

- ① $\{a\}$ ② $\{c\}$ ③ $\{a, d\}$
 ④ $\{b, c\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{c\}$ 이다.



3. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 5, 9\}$, $B = \{3, 7\}$ 에 대하여 $B \cap A^c$ 은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{7\}$
 ④ $\{5, 7\}$ ⑤ $\{5, 9\}$

해설

$B \cap A^c = B - A = \{7\}$ 이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B \subset A$ 를 만족하는 B 가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
 ② $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$
 ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ④ $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 6 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$\textcircled{1} B = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$\textcircled{2} B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$\textcircled{3} B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$\textcircled{4} B = \{6, 12, 18, 24\}$$

$$\textcircled{5} B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답: 개

▶ 정답: 8개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X 의 개수는

$\{1, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{1, 3, 5, 7\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 4, 5, 7\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 8개이다.

6. 지우네 반 학생 30명 중 게임기를 가진 학생은 21명, 휴대전화기를 가진 학생은 19명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는? [배점 3, 중하]

$$\textcircled{1} 8 \text{명}$$

$$\textcircled{2} 11 \text{명}$$

$$\textcircled{3} 19 \text{명}$$

$$\textcircled{4} 21 \text{명}$$

$$\textcircled{5} 30 \text{명}$$

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 30, n(A) = 21, n(B) = 19, n(A \cap B) = 11 \text{ 이다.}$$

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

7. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3, \{0, 1\}, \emptyset\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

$$\textcircled{1} \emptyset \in A$$

$$\textcircled{2} \{0, 1\} \in A$$

$$\textcircled{3} \{0, 3\} \subset A$$

$$\textcircled{4} \{0\} \in A$$

$$\textcircled{5} \emptyset \subset A$$

해설

$$\{0\} \subset A$$

8. $\{2, 3, 4\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

집합 A 는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 4를 반드시 포함하는 집합이므로
그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

9. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - B$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$ ② $\{2\}$ ③ $\{1, 2\}$
④ $\{2, 3\}$ ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $(A \cup B) - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$ 이다.

10. 재원이네 반 학생 42 명 중 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 축구를 좋아하는 학생이 24 명이다. 야구와 축구를 둘 다 좋아하는 학생이 12 명 일 때, 야구와 축구를 모두 좋아하지 않는 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 0 명 ② 1 명 ③ 2 명
④ 3 명 ⑤ 4 명

해설

야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 42, n(A) = 26, n(B) = 24, n(A \cap B) = 12 \text{ 이다.}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 50 - 12 = 38 \text{ 이므로}$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 38 = 4$$

11. 다음 집합의 관한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$
② $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$
③ $C = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 6$
④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$
⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

$$\text{② } B = \{0\} \text{ 일 때, } n(B) = 1$$

$$\text{④ } n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 1$$

12. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $2(n-1)$ 과, $2n$ 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 32 일 때, n 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로
 $2^{n-2} = 32 = 2^5$ 이다.

$$\therefore n - 2 = 5$$

$$\therefore n = 7$$

원소의 개수가 7개 이므로 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, $n = 14$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
 에 대하여 $A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때,
 $n(A + B)$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 1 + 3 = 4, 1 + 6 = 7$$

$$2 + 1 = 3, 2 + 2 = 4, 2 + 3 = 5, 2 + 6 = 8$$

$$3 + 1 = 4, 3 + 2 = 5, 3 + 3 = 6, 3 + 6 = 9$$

$$4 + 1 = 5, 4 + 2 = 6, 4 + 3 = 7, 4 + 6 = 10$$

이므로

$$A + B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\therefore n(A + B) = 9$$

14. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

[배점 5, 중상]

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개
 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$$

$$(A - B) \cup X = X \text{이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

15. 우리 반 학생 40명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25명, 수학 학원을 다니는 학생은 21명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답: 명

▶ 정답: 27명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명)이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명)이다.

16. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $B \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답: 개

▶ 정답: 8개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$, $B \cup X = X$ 이므로 $B \subset X$ $\therefore B \subset X \subset A$

즉, $\{4, 10\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$

따라서 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 4, 10을 반드시 포함하는 집합이므로 개수는

$$2^{5-2} = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)이다.}$$

17. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

18. 전체집합의 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C))$ 를 구하면?

[배점 5, 상하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 3, 5, 15\}, C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$A - B = \{2, 6\}, B - C = \{3, 5, 15\}, A - C = \{3, 6\}$$

$$\therefore (A - B) \cup (A - C) \cup (B - C) = \{2, 6\} \cup \{3, 6\} \cup \{3, 5, 15\} = \{2, 3, 5, 6, 15\}$$

$$\text{따라서 } n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C)) = 5$$

19. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B)^c = \{a, b, c\}$, $(A - B) \cap (A \cup B^c) = \{c\}$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$U = \{a, b, c, d, e\}$ 이고 $(A \cap B)^c = \{a, b, c\}$ 이므로

$$A \cap B = \{b, d\},$$

$$\begin{aligned} & (A - B) \cap (A \cup B^c) \\ &= (A - B) \cap (A^c \cap B)^c \\ &= (A - B) - (B - A) \\ &= A - B \\ &= \{c\} \end{aligned}$$

$$\therefore n(A - B) = 1$$

20. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각 $A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$, $B = \{x | x \text{는 보다 큰 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 7

해설

$$A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\} = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

$$B = \{x | x \text{는 두 자리 자연수}\} = \{10, 11, 12, 13, \dots\}$$

$$(A^c \cup B)^c = A \cap B^c = A - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

이므로

$$n(A^c \cup B)^c = 7$$