

실력확인문제

1. A, B, C, D 4명을 일렬로 세우는 모든 경우의 수를 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답: 가지

▶ 정답: 24가지

해설

$$4! = 24$$

2. 서로 다른 다섯 종류의 구슬이 있다. 이것을 원형으로 배열하는 방법은 몇 가지인가? [배점 2, 하하]

▶ 답: 가지

▶ 정답: 24가지

해설

$$(5 - 1)! = 24 \text{ (가지) -원순열}$$

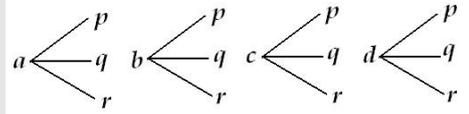
3. 4 종류의 신문과 3 종류의 잡지에서 각각 1 종류씩 택하는 방법은 몇 가지인지 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답: 가지

▶ 정답: 12가지

해설

신문의 종류를 a, b, c, d 라 하고, 잡지의 종류를 p, q, r 라 하면, 이들에게서 각각 1 종류씩 택하는 방법은 아래 그림과 같이



$$\therefore 4 \times 3 = 12 \text{ (가지)}$$

4. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4 개의 숫자를 사용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수는?

[배점 2, 하중]

① 5 ② 10 ③ 20

④ 60 ⑤ 120

해설

네 자리 자연수는 수의 배열에서 순서에 따라 다른 수가 되므로 5 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하는 순열의 수이므로

$${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120 \text{ (가지)}$$

5. $(a + b + c + d)(x + y + z)$ 를 전개할 때, 항의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답: 개

▶ 정답: 12개

해설

10000 원짜리로 지불할 수 있는 금액은

0 원, 10000 원, 20000 원

5000 원짜리로 지불할 수 있는 금액은

0 원, 5000 원, 10000 원

1000 원짜리로 지불할 수 있는 금액은

0 원, 1000 원, 2000 원, 3000 원

그런데 10000 원짜리 1 장으로 지불하는 금액과 5000 원짜리 2 장으로 지불하는 금액이 같으므로 10000 원짜리 지폐 2 장을 5000 원짜리 지폐 4 장으로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 5000 원짜리 지폐 6 장, 1000 원짜리 지폐 3 장의 지불 방법의 수와 같다.

5000 원짜리를 지불하는 방법의 수는

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 장의 7 가지

1000 원짜리를 지불하는 방법의 수는

0, 1, 2, 3 장의 4 가지

이때, 지불하지 않는 경우가 1 가지이므로

$$7 \cdot 4 - 1 = 27$$

14. 정의역이 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, 공역이 $Y = \{a, b\}$ 인 함수 중 치역과 공역이 일치하는 것은 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답: 개

▷ 정답: 14 개

해설

전체에서 치역이 $\{a\}$, $\{b\}$ 인 두 경우를 제한다.

$$2^4 - 2 = 14$$

15. 540의 양의 약수의 총합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1680

해설

$$(1 + 2 + 2^2)(1 + 3 + 3^2 + 3^3)(1 + 5) = 7 \times 40 \times 6 = 1680$$

16. 1, 2, 3, 4, 5를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답: 개

▷ 정답: 60 개

해설

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

17. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리 수를 만들 때, 홀수의 개수는?

[배점 4, 중중]

① 32 ② 48 ③ 72

④ 144 ⑤ 288

해설

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지, 천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천, 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 천, 백, 일의 자리에 온 수를 제외한 3가지이다.

∴ $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ (가지)

18. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

[배점 4, 중중]

- ① 181 ② 215 ③ 216
- ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음 부터는 6번 마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$ 번째 수이다.

19. 두 집합 $X = \{x, y, z\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 a , X 의 서로 다른 원소에 Y 의 서로 다른 원소가 대응하는 함수의 개수를 b 라 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

함수의 개수 : $4^3 = 64$

X 의 서로 다른 원소에 Y 의 서로 다른 원소가 대응하는 함수의 개수 : ${}_4P_3$

$a = 64, b = 24$

$\frac{a}{b} = \frac{64}{24} = \frac{8}{3}$

20. 남학생 2 명과 여학생 4 명이 원탁에 둘러앉을 때, 남학생 끼리 이웃하는 방법의 수는? [배점 4, 중중]

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

남학생을 하나로 보면 5명이 원탁에 앉는 방법의 수와 같다.

⇒ $(5 - 1)! = 24$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.

$24 \times 2 = 48$