

단원테스트 1차

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

2. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개
- ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

3. 유리수, 무리수의 집합을 각각 Q, I 라고 한다. $a \in Q, b \in I$ 일 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $ab \in Q$ ② $\sqrt{a} + b \in I$
- ③ $a + b^2 \in Q$ ④ $a - b \in I$
- ⑤ $b\sqrt{a} \in I$

해설

- ① 반례: $a = 2, b = \sqrt{2}, 2\sqrt{2} \in I$
- ② 반례: $a = 2, b = -\sqrt{2}, \sqrt{2} - \sqrt{2} \in Q$
- ③ 반례: $a = 1, b = 0.1234\cdots, 1 + (0.1234\cdots)^2 \in I$
- ⑤ 반례: $a = 2, b = \sqrt{2}, \sqrt{2}\sqrt{2} = 2 \in Q$

4. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}(1 - \frac{2}{\sqrt{5}})$ 의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

수	0	1	2
1	1,000	1,005	1,010
2	1,414	1,418	1,421
3	1,732	1,735	1,738
4	2	2,002	2,005
5	2,236	2,238	2,241

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 0.0472

해설

$$\frac{1}{\sqrt{5}}(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}) = \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2}{5} \approx \frac{2.236}{5} - 0.4 = 0.4472 - 0.4 = 0.0472$$

5. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [배점 5, 중상]

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 12 ⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} = a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$ 를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

6. $\frac{k(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1 - \sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은? [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

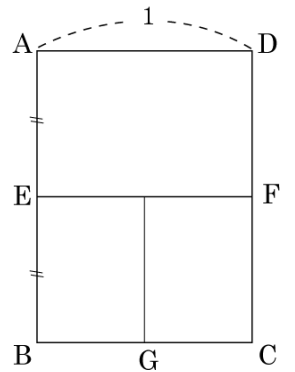
해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1 - \sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2} - \sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{k(2\sqrt{2} - \sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

값이 유리수가 된다고 했으니 $\frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6}$ 는 유리수

$$\therefore \frac{2k\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6} \rightarrow k = 3$$

7. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$
 ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$ ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$
 ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로
 $\overline{AB} = x$, $\overline{DF} = \frac{1}{2}x$ 라 하면 $1 : x = \frac{1}{2}x :$
 $1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$
 $\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0) \therefore$ (A3, A5 용지의 가로,
 세로의 길이의 합) $= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$
 $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$

8. $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}\left(\sqrt{24} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right) = a + b\sqrt{2}$
 의 꼴로 나타낼 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)
 [배점 5, 중상]

- ① -15 ② 15 ③ -9
 ④ 9 ⑤ 0

해설

$6 + 12 - 6\sqrt{2} + 3 = 21 - 6\sqrt{2}$
 $\therefore a = 21, b = -6$
 $\therefore a + b = 21 - 6 = 15$

9. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?
 [배점 5, 중상]

- ① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$
 ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

10. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할
 때, $f(72) - f(32)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2} - 3$

해설

$\sqrt{72} = 8. \dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은
 $\sqrt{72} - 8 = 6\sqrt{2} - 8$ 이다.
 $\sqrt{32} = 5. \dots$ 이므로 정수 부분은 5, 소수 부분은
 $\sqrt{32} - 5 = 4\sqrt{2} - 5$ 이다.
 $f(72) - f(32) = (6\sqrt{2} - 8) - (4\sqrt{2} - 5) = 2\sqrt{2} - 3$
 이다.

11. 196 의 제곱근을 각각 x, y 라 할 때, $\sqrt{3x - 2y + 11}$ 의
 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196 이 되는 수 중 $x > y$ 인 수는
 $x = 14, y = -14$ 이므로
 $\sqrt{3x - 2y + 11} = \sqrt{81} = 9$
 따라서 9 의 제곱근은 ± 3 이다.

12. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-4a + 2b$ ② $-2a - 2b$ ③ $-2a + 2b$
 ④ $-2a$ ⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$
 $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2} = -2a + b - a - b + a = -2a$

13. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라. [배점 5, 중상]

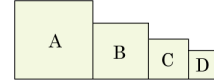
▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$3x - y = 12 \Rightarrow y = 3x - 12$
 $\sqrt{5x+y} = \sqrt{5x+3x-12} = \sqrt{8x-12}$
 $\sqrt{8x-12} = 1 \Rightarrow 8x-12=1, x=\frac{13}{8}$
 (x 는 자연수가 아니다.)
 $\sqrt{8x-12} = 2 \Rightarrow 8x-12=4, x=2$
 따라서 $x=2$ 이다.

14. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 C는 D의 2배, B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, D의 한 변의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

D의 넓이는 A의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이므로 $\frac{1}{4}$
 따라서 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

15. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}}$
 $32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$
 $\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$

16. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} = \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} = 18x \\ 18x &= 126 \\ \therefore x &= 7 \\ 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \\ \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} = \\ 6\sqrt{14y} &= 84 \\ 6\sqrt{14y} &= 84 \\ \sqrt{14y} &= 14, y = 14 \\ \therefore \frac{1}{x} \times y &= \frac{1}{7} \times 14 = 2 \end{aligned}$$

17. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{0.96} &= \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6} \\ \therefore x &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

18. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 근삿값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2,0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2,1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2,2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2,3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2,4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

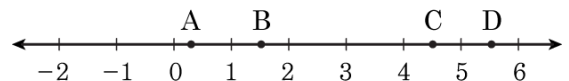
[배점 5, 중상]

- ① 5.93 ② 7.56 ③ 7.50
④ 7.40 ⑤ 6.19

해설

$$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} \approx 5 \times 1.48 = 7.40$$

19. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12} + 2, 3\sqrt{2} - 4, 4 - 2\sqrt{2}, 3 + \sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $a + b = \sqrt{2}$ ② $c + d = 3\sqrt{3} + 5$
③ $3(a + b) > c + d$ ④ $b - a > 0$
⑤ $c - d < 0$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12} + 2 &= 5. \times \times \times \leftarrow d \\ 3\sqrt{2} - 4 &= 0. \times \times \times \leftarrow a \\ 4 - 2\sqrt{2} &= 1. \times \times \times \leftarrow b \\ 3 + \sqrt{3} &= 4. \times \times \times \leftarrow c \\ \textcircled{3} \ a + b &= \sqrt{2} \rightarrow 3(a + b) = 3\sqrt{2} \\ c + d &= 3\sqrt{3} + 5 \\ 3a + 3b - (c + d) &= 3\sqrt{2} - (3\sqrt{3} + 5) = \sqrt{18} - \sqrt{27} - 5 < 0 \\ \therefore 3(a + b) &< c + d\end{aligned}$$

20. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

[배점 5, 중상]

- ① -11 ② 7 ③ 10
☒ ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ = 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ = 9 + 12 - 8 = 13\end{aligned}$$

21. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$
 ③ $b + \sqrt{7} > 3$ ④ $ab > 0$
☒ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{1} \ a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ \textcircled{2} \ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) = -\sqrt{7} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \ (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \ a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ \textcircled{5} \ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 = \sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0\end{aligned}$$

22. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은? [배점 5, 중상]

- ☒ ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
 ③ $B < A < C$ ④ $C < A < B$
 ⑤ $C < B < A$

해설

A, B, C 가 모두 양수이므로 A^2, B^2, C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$A^2 = (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 = 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600}$$

$$B^2 = (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 = 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659}$$

$$C^2 = (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 = 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716}$$

$$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2$$

$$\therefore A < B < C$$

23. $\sqrt{3} = a, \sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면? [배점 5, 중상]

① $x = 100a, y = 10b$

② $x = 10a, y = \frac{b}{10}$

③ $x = 100b, y = \frac{a}{100}$

④ $x = 10a, y = \frac{b}{100}$

⑤ $x = 10ab, y = \frac{10}{b}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

24. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(99) + f(100)$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

① -1

② $\sqrt{101} - 1$

③ $\sqrt{102} - 1$

④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$

⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$f(0) = \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(2) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \dots$$

$$f(99) = \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101}$$

$$f(100) = \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$\therefore f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(99) + f(100)$$

$$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{4} + \dots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \dots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + \sqrt{102}$$

25. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은? [배점 5, 중상]

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = 2\sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

26. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[배점 5, 중상]

- ① $-12a$ ② $12a$ ③ $12a^2$
④ $-12a^2$ ⑤ $-120a^2$

해설

$$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2 \text{ 이므로,}$$

$$a\sqrt{(-a)^2} \text{의 양의 제곱근은 } a \text{ 이다. } \therefore m = a$$

$$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$$

$$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$$