

확인학습 맞춤교재02

1. 다음 보기의 수들의 최대공약수를 차례대로 올바르게 구한 것은?

보기

㉠ 32, 120, 144 ㉡ 18, 126, 150

㉢ 24, 60, 168

[배점 2, 하중]

- ① 4, 6, 8 ② 6, 12, 24 ③ 8, 6, 12
- ④ 8, 12, 24 ⑤ 12, 6, 12

해설

$$\begin{array}{r} 2) \ 32 \ 120 \ 144 \\ 2) \ 16 \ 60 \ 72 \\ \textcircled{㉠} \ 2) \ 8 \ 30 \ 36 \\ \quad 4 \ 15 \ 18 \end{array}$$

최대공약수 : 8

$$\begin{array}{r} 2) \ 18 \ 126 \ 150 \\ 3) \ 9 \ 63 \ 75 \\ \textcircled{㉡} \quad \quad 3 \ 21 \ 25 \end{array}$$

최대공약수 : 6

$$\begin{array}{r} 2) \ 24 \ 60 \ 168 \\ 2) \ 12 \ 30 \ 84 \\ \textcircled{㉢} \ 3) \ 6 \ 15 \ 42 \\ \quad \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

최대공약수 : 12

따라서 차례대로 쓴 것은 8, 6, 12 이다.

해설

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 2) \ 12 \ 30 \ 72 \\ 3) \ 6 \ 15 \ 36 \\ \quad \quad 2 \ 5 \ 12 \end{array}$$

최대공약수 : 6

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \\ 2) \ 18 \ 32 \ 84 \\ \quad \quad 9 \ 16 \ 42 \end{array}$$

최대공약수 : 2

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \\ 2) \ 24 \ 52 \ 108 \\ 2) \ 12 \ 26 \ 54 \\ \quad \quad 6 \ 13 \ 27 \end{array}$$

최대공약수 : 4

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \\ 2) \ 16 \ 48 \ 120 \\ 2) \ 8 \ 24 \ 60 \\ 2) \ 4 \ 12 \ 30 \\ \quad \quad 2 \ 6 \ 15 \end{array}$$

최대공약수 : 8

$$\begin{array}{r} \textcircled{5} \\ 3) \ 9 \ 36 \ 96 \\ \quad \quad 3 \ 12 \ 32 \end{array}$$

최대공약수 : 3

3. 안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

18의 소인수분해 : $2 \times 3 \times \square$

24의 소인수분해 : $2 \times \square \times 2 \times 3$

최대공약수 : $2 \times \square$

[배점 2, 하중]

2. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 12, 30, 72 의 최대공약수는 6 이다.
- ② 18, 32, 84 의 최대공약수는 4 이다.
- ③ 24, 52, 108 의 최대공약수는 4 이다.
- ④ 16, 48, 120 의 최대공약수는 8 이다.
- ⑤ 9, 36, 96 의 최대공약수는 3 이다.

- ① 2, 1, 2 ② 2, 3, 3 ③ 3, 1, 2
- ④ 3, 2, 2 ⑤ 3, 2, 3

해설

18의 소인수분해 : $2 \times 3 \times 3$
 24의 소인수분해 : $2 \times 2 \times 2 \times 3$
 최대공약수 : 2×3

4. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?
 [배점 2, 하중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21 \times x = 3 \times 7 \times x$, $15 \times x = 3 \times 5 \times x$
 두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
 공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
 최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는
 a^3 꼴이어야 한다.
 따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이
 다.

5. 세 수 2×3 , $3^2 \times 5^a$, $2^b \times 7$ 의 최소공배수가 $2^2 \times 3^c \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.
 [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$5^a = 5$ 이므로 $a = 1$,
 $2^b = 2^2$ 이므로 $b = 2$,
 $3^2 = 3^c$ 이므로 $c = 2$ 이다.
 따라서 $a + b + c = 5$ 이다.

6. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.
 [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공
 배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$
 따라서 $x = 3$ 이다.

7. 두 자연수의 최소공배수가 72 일 때, 두 수의 공배수
 중 200 보다 작은 수를 모두 고르면?(정답 2개)
 [배점 3, 하상]

- ① 36 ② 72 ③ 104
 ④ 144 ⑤ 180

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인
 72 의 배수 72, 144, 216, 288, 360, ... 중 200
 보다 작은 수는 72, 144 이다.

8. 두 자연수 28, 126 의 공약수의 개수를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×7
 $\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개)

9. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 5$ ③ 2×3^2
④ 2×3^3 ⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

10. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와
최소공배수를 차례로 바르게 나타낸 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$
② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$
③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$
④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$
⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다. 따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.
최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고, 공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

11. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는? [배점 3, 중하]

- ① $2 \times 3 \times 7$ ② $2^2 \times 3^3 \times 7$
③ $2 \times 3^2 \times 7$ ④ $2 \times 3^3 \times 7$
⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times$ (최소공배수)
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

12. 다음 보기의 수들의 최소공배수를 차례대로 고른 것은?

보기

- ㉠ 16, 10, 12
㉡ 8, 6, 12
㉢ 4, 16, 32

[배점 3, 중하]

- ① 40, 18, 16 ② 240, 48, 56
③ 4, 52, 12 ④ 240, 24, 32
⑤ 120, 34, 16

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 10 \quad 12} \\ 2 \overline{) 8 \quad 5 \quad 6} \\ 4 \quad 5 \quad 3 \end{array} \quad \text{최소공배수는 } 2 \times 2 \times 4 \times 5 \times 3 = 240 \text{ 이다.}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 6 \quad 12} \\ 2 \overline{) 4 \quad 3 \quad 6} \\ 3 \overline{) 2 \quad 3 \quad 3} \\ 2 \quad 1 \quad 1 \end{array} \quad \text{최소공배수는 } 2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24 \text{ 이다.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 4 \quad 16 \quad 32} \\ 4 \overline{) 1 \quad 4 \quad 8} \\ 1 \quad 1 \quad 2 \end{array} \quad \text{최소공배수는 } 4 \times 4 \times 2 = 32 \text{ 이다.}$$

13. 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{과 서로소인 자연수}\}$ 라고 할 때, 안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

$$A_6 \cap A_3 = A_{\square}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 1, 5, 7, 11...

3 과 서로소인 자연수는 1, 4, 5, 7, 11...

$$A_6 = \{1, 5, 7, 11, 13 \dots\}$$

$$A_3 = \{1, 4, 5, 7, 11, 13 \dots\}$$

$$\therefore A_6 \cap A_3 = A_6$$

14. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 12 = 2^2 \times 3 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 40 = 2^3 \times 5$$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1\}$ 을 만족한다. 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 12

해설

$A \cap B$ 는 8과 a 의 공약수의 집합이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.

주어진 조건에서 $A \cap B = \{1\}$ 이므로 8과 a 의 최대공약수는 1이다. 즉, 8과 a 는 서로소이다.

한편, 8과 12의 최대공약수는 4이므로 서로소가 아니다.

따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 12이다.

16. 자연수 A 와 36의 최대공약수가 4이고 최소공배수는 144일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) A \quad 36} \\ a \quad 9 \end{array}$$

A 와 36의 최소공배수가 144이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

17. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

① 16 ② 24 ③ 56

④ 72 ⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

18. 최대공약수가 18이고, 최소공배수가 108인 두 수의 차가 18일 때, 두 수의 합은 얼마인가?

[배점 4, 중중]

① 72 ② 90 ③ 108

④ 126 ⑤ 144

해설

$$A = 18a, B = 18b$$

(a, b 는 서로소, $a < b$)로 놓으면

$$108 = 18 \times a \times b, a \times b = 6 \text{ 이다.}$$

$$(a, b) = (1, 6), (2, 3)$$

$$\text{이때 } (A, B) = (18, 108), (36, 54)$$

두 수의 차이가 18인 경우는 (36, 54)

따라서 두 수의 합은 90이다.

19. 다음 중 최대공약수를 구했을 때, 최대공약수가 가장 큰 것은 어느 것인가? [배점 4, 중중]

- ① 12, 18
- ② 24, 32
- ③ 14, 20
- ④ $2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 5$
- ⑤ $2^3 \times 3, 2^2 \times 3^2, 2 \times 3^2 \times 7$

해설

- ① 6
- ② 8
- ③ 2
- ④ 30
- ⑤ 6

이므로 가장 큰 것은 ④

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 1$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수들의 합을 구하라.
(단, $\square$ 안에 들어갈 자연수는 10 보다 작다) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15 와 $\square$ 의 공약수가 개수가 1 개, 즉 서로소이므로

$\square$ 는 10 미만의 자연수 중 3 과 5 의 배수가 아닌 수이므로 1, 2, 4, 7, 8 이다.

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수들의 합은 22 이다.

21. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는? [배점 4, 중중]

- ① $2 \times 5 \times 7 \times 11$
- ② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$
- ③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$
- ④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$
- ⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

22. 두 자연수 A , B 의 최대공약수가 42 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 6 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ㉔ 28 는 42 의 약수가 아니다.

23. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉑ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉒ 소수의 약수의 개수는 2 개 미만이다.
- ㉓ 1 을 제외한 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ㉔ 152 와 209 는 서로소이다.
- ㉕ 소수에는 2 의 배수가 없다.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉑

▷ 정답 : ㉓

해설

- ㉑ 소수의 약수의 개수는 2 개뿐이다.
- ㉓ 152 와 209 의 최대공약수가 19 이므로 서로소가 아니다.
- ㉕ 소수에는 2 의 배수인 2 가 있다.

24. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
 $a = 3^2 = 9$

25. 세 자연수의 비가 3 : 5 : 9 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x \\ 3) \quad \underline{3} \quad \underline{5} \quad \underline{9} \\ \quad \quad 1 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.