

확인학습 맞춤교재02

1. 5의 배수의 집합을 A , 6의 배수의 집합을 B 라고 할 때, $A \cap B$ 의 원소 중 가장 작은 수가 30이다. $A \cap B$ 의 원소로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 10 ② 30 ③ 60
 ④ 90 ⑤ 120

해설

$A \cap B$ 의 원소 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이므로 최소공배수가 30일 때, 공배수는 최소공배수의 배수이므로 30, 60, 90, ... 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 12, 30, 72의 최대공약수는 6이다.
 ② 18, 32, 84의 최대공약수는 4이다.
 ③ 24, 52, 108의 최대공약수는 4이다.
 ④ 16, 48, 120의 최대공약수는 8이다.
 ⑤ 9, 36, 96의 최대공약수는 3이다.

해설

- ①

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 30 \ 72} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 36} \\ \underline{ 2 \ 5 \ 12} \end{array}$$
 최대공약수 : 6
- ②

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \ 32 \ 84} \\ \underline{ 9 \ 16 \ 42} \end{array}$$
 최대공약수 : 2
- ③

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 52 \ 108} \\ 2 \overline{) 12 \ 26 \ 54} \\ \underline{ 6 \ 13 \ 27} \end{array}$$
 최대공약수 : 4
- ④

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 48 \ 120} \\ 2 \overline{) 8 \ 24 \ 60} \\ 2 \overline{) 4 \ 12 \ 30} \\ \underline{ 2 \ 6 \ 15} \end{array}$$
 최대공약수 : 8
- ⑤

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \ 36 \ 96} \\ \underline{ 3 \ 12 \ 32} \end{array}$$
 최대공약수 : 3

3. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
 따라서 $a + b - c = 5$ 이다.

4. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 358 ② 409 ③ 421
 ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 11 \times 42$ 이다.
 $\therefore A \times B = 462$

5. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 36 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 216

해설

최 소 공 배 수 의 배 수 인 36, 72, 108, 144, 180, 216, ... 중 200 에 가장 가까운 수는 216 이다.

6. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 17 일 때, 다음 중 A, B 의 공배수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 17 ② 34 ③ 51 ④ 62 ⑤ 85

해설

두 수의 최소공배수의 배수들이 두 수의 공배수이므로, 17 의 배수 17, 34, 51, 68, 85, ...가 아닌 것은 62 이다.

7. 두 수 $2 \times 3^2, 3 \times 5^2$ 의 최소공배수는? [배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3$
 ③ $2 \times 3 \times 5$ ④ $2 \times 3^2 \times 5^2$
 ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

$2 \times 3^2, 3 \times 5^2$
 최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

8. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5, 2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
 두 수의 최대공약수는 2×3^2
 \therefore 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

9. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1456 ② 1460 ③ 1462
 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$
 $70 = 2 \times 5 \times 7$
 $98 = 2 \times 7^2$ 에서
 최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$
 이므로
 $a = 14, b = 1470$ 이다.
 따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

10. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$
 최대공약수는 12 이다.

11. 선미는 아버지께 자전거를 선물 받았는데 자전거의 자물쇠는 비밀번호로 잠가지게 되어 있다. 자물쇠의 비밀번호는 막내 이모, 엄마, 나의 나이인 26, 36, 12 의 최소공배수의 각 자리의 숫자로 정하였다. 자물쇠의 비밀번호로 가능한 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 864

해설

$$\begin{array}{r} 2) 26 \quad 36 \quad 12 \\ \hline 2) 13 \quad 18 \quad 6 \\ \hline 3) 13 \quad 9 \quad 3 \\ \hline 13 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 3 = 468$ 이다.
 자물쇠의 비밀번호는 4, 6, 8 로 이루어져 있고, 그 중 가장 큰 수는 864 이다.

12. 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{과 서로소인 자연수}\}$ 라고 할 때, 안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

$$A_6 \cap A_3 = A_{\square}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 1, 5, 7, 11...
 3 과 서로소인 자연수는 1, 4, 5, 7, 11...
 $A_6 = \{1, 5, 7, 11, 13 \dots\}$
 $A_3 = \{1, 4, 5, 7, 11, 13 \dots\}$
 $\therefore A_6 \cap A_3 = A_6$

13. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?
[배점 3, 중하]

- ① 3 ② 5 ③ 13 ④ 24 ⑤ 36

해설

① 72와 3의 최대공약수는 3이므로 서로소가 아니다.
④ 72와 24의 최대공약수는 24이므로 서로소가 아니다.
⑤ 72와 36의 최대공약수는 36이므로 서로소가 아니다.
따라서 주어진 수 중에서 72와 서로소인 것은 5와 13이다.

14. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times a = 96 \\ \text{최대공약수 : } 2^2 \times a \\ a = 96 \div 8 \div 3 = 4 \\ \text{따라서 최대공약수는 } 2^2 \times a = 16 \text{ 이다.} \end{array}$$

15. 다음 중 $2^2 \times 5$, 3×5 , 42의 공배수인 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 30 ② 100 ③ 150
④ 210 ⑤ 420

해설

$2^2 \times 5$, 3×5 , 42의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이므로 420의 배수를 찾는다.

16. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 16 ② 24 ③ 56
④ 72 ⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.
40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

17. 두 자연수의 최대공약수는 15이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15의 약수이므로 1, 3, 5, 15이다.

18. 두 자리의 자연수 A, B 의 최대공약수가 8, 최소공배수가 120일 때, 이 두 수의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 15 ③ 16
- ④ 64 ⑤ 128

해설

$A = 8a, B = 8b$ (a, b 는 서로소)로 놓으면,
 $120 = 8 \times 15 = 8 \times a \times b \therefore a \times b = 15$
 A, B 가 두 자리 자연수이므로
 $a = 3, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 3$ 이다.
어느 경우든 두 수는 24, 40이므로 그 합은 64이다.

19. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는? [배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② $2^3 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^2$
- ④ $2^2 \times 3^2$ ⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3, 72 = 2^3 \times 3^2, 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로
최대공약수는 $2^3 \times 3$

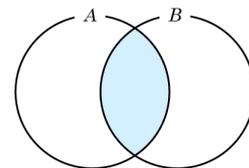
20. 세 수 $2 \times 7^2, 2^2 \times 7 \times 11, 5 \times 11^2$ 의 최소공배수는? [배점 4, 중중]

- ① $2 \times 5 \times 7 \times 11$
- ② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$
- ③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$
- ④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$
- ⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

21. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}, B = \{x | x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$ 를 나타내는 벤 다이어그램이 다음 그림과 같을 때, 색칠한 부분에 속하는 모든 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 24

해설

그림에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 A 와 B 의 교집합이고,
 A 와 B 의 교집합은 28 과 42 의 공약수의 집합이다.

$28 = 2^2 \times 7, 42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로

색칠한 부분 즉, A 와 B 의 교집합은 $\{1, 2, 7, 2 \times 7\}$ 이고
따라서 원소의 합은 24 이다.

22. $2^3 \times 3^2 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 7, 180$ 의 공약수의 집합을 A 라고 할 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것은?
[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 2² ③ 6
- ④ 9 ⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 7, 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2

공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 1, 2, 3, $2 \times 3, 3^2, 2 \times 3^2$ 이다.

23. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 3 \times 5$ 의 공약수가 아닌 것은?
[배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② 2×3 ③ $2 \times 3 \times 5$
- ④ 15 ⑤ 20

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고 최대공약수가 $2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

① 2×3^2 은 공약수가 아니다.

24. 어떤 자연수에 12 를 곱하여, 45 와 60 의 공배수가 되게 하려고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

45 와 60 의 최소공배수는 180 이다. 12 를 곱하여 180 이 나오는 수는 15 이다.

25. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.
999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \dots 39$ 이므로 20 개 있고, 99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \dots 3$ 이므로 2 개 있다. 따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.

해설

약수가 3 개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개

35. 자연수를 원소로 하는 집합 $A = \{x|x \text{는 } 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 에 대하여
 $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 76

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $A = \{x|x \text{는 } 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \text{의 약수}\}$ 이므로,
 $n(A) = 3 \times 5 \times 4 = 60$,
 $B = \{x|x \text{는 } 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 이므로,
 $n(B) = 4 \times 4 \times 2 \times 2 = 64$,
 $A \cap B = \{x|x \text{는 } 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 이므
로, $n(A \cap B) = 3 \times 4 \times 2 \times 2 = 48$,
 $\therefore n(A \cup B) = 60 + 64 - 48 = 76$