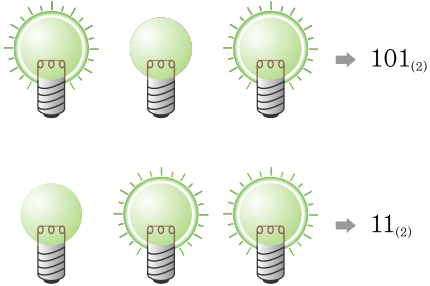


테스트 실력확인

1. 켜져 있는 전등은 1을, 꺼져 있는 전등은 0을 나타낸다면, 3 개의 전등으로는 이진법을 사용하여 자연수를 몇 개나 나타낼 수 있는지 구하여라.



[배점 3, 하상]

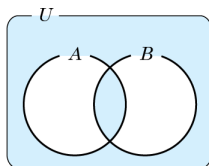
▶ 답: 개

▷ 정답 : 7 개

해설

전등 3개로 나타낼 수 있는 가장 큰 자연수는 $111_{(2)} = 7$ 이다. 따라서 1 부터 7 까지 나타낼 수 있다.

2. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



[배점 3, 하상]

- ① $A^c \cap B^c$
- ② $(A - B)^c$
- ③ $(A - B) \cup (B - A)$
- ④ $U - (A \cap B)$
- ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 8\}$ 일 때,
 $(A - B) \subset X, X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X
 의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$
 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

4. $10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

5. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\},$

$B = \{a, 3, 5, 7, b\}$

에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고

$B = \{a, 3, 5, 7, b\}$ 이므로

$a = 1, b = 9$ 또는 $a = 9, b = 1$ 이므로

$a + b = 10$

6. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

[배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

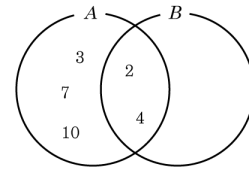
해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

7. 다음의 벤 다이어그램에서 $A = \{2, 3, 4, 7, 10\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3, 8\}$ ② $\{2, 5, 7\}$
 ③ $\{4, 9, 10\}$ ④ $\{2, 4, 6, 7\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{2, 4\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3, 7, 10 은 들어갈 수 없다.

- ① 3 이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 7 이 포함되어서 옳지 않다.
 ③ 10 이 포함되어서 옳지 않다.
 ④ 7 이 포함되어서 옳지 않다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

- ① $1000_{(2)}$ 의 약수를 구하면 $1_{(2)}, 10_{(2)}, 100_{(2)}, 1000_{(2)}$ 이다.
 ② $111_{(2)}$ 보다 1 작은 수는 $11_{(2)}$ 이다.
 ③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 3 개이다
 ④ 이진법으로 나타낸 수에는 홀수가 없다
 ⑤ $11100_{(2)}$ 을 2로 나눈 나머지는 0이다

해설

- ① $1000_{(2)} = 8$ 의 약수를 구하면
 $1_{(2)} = 1, 10_{(2)} = 2, 100_{(2)} = 4, 1000_{(2)} = 8$
- ② $111_{(2)} = 7$ 보다 1 작은 수는 $6 = 110_{(2)}$
- ③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두
 $100_{(2)}, 101_{(2)}, 110_{(2)}, 111_{(2)}$ 의 4개이다.
- ④ 예를 들면, $1_{(2)} = 1$ 은 홀수이다.
- ⑤ $11100_{(2)} = 28$ 을 2로 나눈 나머지는 0이다.

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7을 모두 포함하는 부분집합의 개수는
 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

10. 200 이하의 자연수 중에서 2의 배수 또는 3의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

- ▶ 답: 개
 ▶ 정답: 133 개

해설

2의 배수인 집합을 A 라 하고, 3의 배수인 집합을 B 라 하자.
 2의 배수이면서 3의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
 2의 배수이거나 3의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.
 $n(A) = 100, n(B) = 66, n(A \cap B) = 33$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $x = 100 + 66 - 33$
 $x = 133$

11. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24명, 영어를 좋아하는 학생이 18명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

- ▶ 답: 명
 ▶ 정답: 7명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.
 수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.
 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $x = 24 + 18 - 9$
 $x = 33$
 $n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$ (명)이다.

12. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$$\begin{array}{r} a) 2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a \\ 2) \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,

최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

13. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제공이 되는 것을 바르게 고르면? [배점 5, 중상]

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제공수는 1, 4 이다.

14. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

개

▷ 정답: 16 개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}, B = \{2, 3\}$$

집합 X 는 원소 2 와 3 을 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 부분집합의 개수는

$$2^{6-2} = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

15. $U = \{x \mid 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\} \text{ 이므로}$$

$$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$$

$$= n((A - B) \cup (B - A))$$

$$= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.}$$

16. 다음 중 무한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 5, 중상]

① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$

② $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 작은 분수}\}$

③ $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\}$

④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 자연수}\}$

⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{ 을 자연수로 만드는 자연수}\right\}$

해설

- ① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$ 이므로 유한 집합이다.
- ② $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\} = \{6, 12, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 } 10 \text{보다 작은 자연수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 18\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\} = \{1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

17. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (x \text{의 지수} + 1) \times (1+1) = 16$ 으로 계산된다. $(x \text{의 지수}) + 1 = 2$ 가 되어야 한다. 그러므로 3 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 64 개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로 $A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

19. 이진법으로 나타낼 수 있는 $1abc0_{(2)}$ 이 다섯 자리의 수일 때, a, b, c 에 들어갈 수 있는 수는 모두 몇 가지인가? [배점 5, 상하]

- ① 8 가지 ② 6 가지 ③ 4 가지
④ 2 가지 ⑤ 10 가지

해설

이진법으로 나타내는 수이므로, 0, 1 만 들어갈 수 있다.
 $10000_{(2)}, 11000_{(2)}, 10100_{(2)}, 10010_{(2)},$
 $11100_{(2)}, 11010_{(2)}, 10110_{(2)}, 11110_{(2)}$
∴ 총 8 가지

20. 이진수 중 0 을 두 번만 사용하는 수를 작은 순서대로 나열하면 다음과 같다.

$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \dots$

이 때 30 번째에 나오는 이진수를 십진수로 나타내어라. [매점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 115

해설

$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \dots$ 에
서 볼 수 있듯이,

0 을 두 번만 사용한 세 자리 수 이진수 : 1 개,

0 을 두 번만 사용한 네 자리 수 이진수 : 3 개,

0 을 두 번만 사용한 다섯 자리 수 이진수 : 6 개,

0 을 두 번만 사용한 여섯 자리 수 이진수 : 10 개,

0 을 두 번만 사용한 일곱 자리 수 이진수 : 15 개

이므로,

30 번째에 나오는 이진수는 일곱 자리 수 이진수
중 10 번째 수이다.

일곱 자리 수 이진수를 나열해보면,

$1001111_{(2)}, 1010111_{(2)}, 1011011_{(2)}, 1011101_{(2)},$

$1011110_{(2)}, 1100111_{(2)}, 1101011_{(2)}, 1101101_{(2)},$

$1101110_{(2)}, 1110011_{(2)}, \dots$ 이다.

$\therefore (30 \text{ 번째에 나오는 이진수}) = 1110011_{(2)} = 115$