

실력

1. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$ 에서
 $n(A) = 3$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 0$ 이다.

2. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유명한 야구 선수들의 모임
- ㉡ 축구를 잘하는 사람들의 모임
- ㉢ 워드 자격증이 있는 사람들의 모임
- ㉣ 우리 학교 하키 선수들의 모임

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다.
㉠, ㉡ ‘유명한’, ‘잘하는’의 기준이 명확하지 않음
따라서 집합인 것은 ㉢, ㉣이다.

3. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 4의 배수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ㉠ $10 \in A$ ㉡ $14 \in A$ ㉢ $16 \notin A$
- ㉣ $18 \notin A$ ㉤ $20 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 12, 16 이므로 $18 \notin A$ 이다.

4. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 큰 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ A 는 무한집합이다.
- ㉡ A 는 유한집합이다.
- ㉢ $A = \{1, 2, 4\}$
- ㉣ $A = \emptyset$
- ㉤ $A = \{\emptyset\}$
- ㉥ $A = \{0\}$
- ㉦ $n(A) = 1$
- ㉧ $n(A) = 0$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉢, ㉦ ② ㉡, ㉢, ㉧ ③ ㉠, ㉣, ㉧
 ④ ㉡, ㉣, ㉧ ⑤ ㉡, ㉣, ㉦

해설

4의 약수 : 1, 2, 4
 8의 배수 : 8, 16, 24, ...
 따라서 8보다 큰 4의 약수는 없다.
 즉 $A = \emptyset$ 이다.

5. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉣, ㉤
 ④ ㉡, ㉣, ㉧ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

6. 두 집합 $A = \{x | x = 2 \times n, n \text{은 자연수}\}$, $B = \{y | y \in A, 1 \leq y \leq 20\}$ 에 대하여 $n(B)$ 를 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4, 중중]

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$

⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $n(A) = n(B) = 4$

8. $n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\})$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\}) \\ = 5 + 3 + 1 = 9$$

9. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 4 보다 작은 자연수의 모임

㉡ 피아노를 잘 치는 사람의 모임

㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임

㉣ 7 의 배수의 모임

㉤ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

[배점 4, 중중]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠ '잘치는' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

10. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$$

$$n(A) = 10$$

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
따라서 $n(A) = 4$, $n(B) = 3$ 이고, $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

11. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $n(\{0\}) = 1$

② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$

⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

12. 두 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\}$, $B = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

13. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 모두 구하여 원소나열법으로 나타내어라.

㉠ 모든 원소는 20 이하의 자연수이다.

㉡ $2 \in A, 3 \in A$

㉢ $a \times b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18\}$

해설

$2 \in A, 3 \in A$ 이고, 모든 원소는 20 이하의 자연수이므로

$$2 \times 2 = 4 \in A, \quad 2 \times 3 = 6 \in A$$

$$3 \times 3 = 9 \in A, \quad 3 \times 4 = 12 \in A, \quad 3 \times 6 = 18 \in A$$

$$4 \times 2 = 8 \in A, \quad 4 \times 4 = 16 \in A$$

14. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.
 ㉡ $2 \in A, 6 \in A$
 ㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

15. 집합 $A = \{(a, b) \mid a \times b = 9, a, b \text{는 자연수}\}$ 일 때,
 집합 $n(A)$ 를 바르게 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$1 \times 9 = 3 \times 3 = 9 \times 1 = 9$ 이므로 원소나열법으로 나타내면 $A = \{(1, 9), (3, 3), (9, 1)\}$ 이다.
 $\therefore n(A) = 3$

16. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수}\right\}$ 일 때,
 $n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$\therefore n(A) = 8$

17. 주사위 A, B 두 개를 던져서 나올 수 있는 두 자리
 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

- ① 6 ② 12 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

$A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33 \cdots 64, 65, 66\}$
 $n(A) = 36$

18. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6 이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6 으로 되어있다.

19. 집합 $A = \{a \mid a \in A \text{ 이면 } 48 \div a \in A, a \text{ 는 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 124

해설

$A = \{a \mid a \in A \text{ 이면 } 48 \div a \in A, a \text{ 는 자연수}\}$ 조건으로 집합 A 의 원소는 48 의 약수라는 것을 알 수 있다.

48 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 이므로

집합 A 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 16 + 24 + 48 = 124$

20. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$$

$$, a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$$