

문제 풀이 과제

1. $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 11 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $n(B) = 5$
 $\therefore n(A) + n(B) = 7 + 5 = 12$

2. 두 집합 $A = \{6, a-2, 2\}$, $B = \{a, 4, 2\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$A = B$ 이므로 $a-2 = 4$, $a = 6$
 $\therefore a = 6$

3. 10 의 약수의 집합을 A , 12 의 약수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 3, 하상]

① $10 \in A$ ② $12 \in A$ ③ $14 \notin B$
 ④ $8 \in B$ ⑤ $6 \notin B$

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
 $10 \in A$, $14 \notin B$ 이다.

4. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 0 < x < 110 \text{인 } 5 \text{의 배수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\}$ 이므로
 $n(A) = 6$, $n(B) = 21$
 $\therefore n(A) + n(B) = 27$

5. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 2 를 포함한 부분집합의 개수가 8 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?
[배점 3, 중하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

2 (2를 제외한 원소의 개수) $= 2^{n-1} = 8 = 2^3 \therefore n = 4$

6. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2 개) [배점 3, 중하]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$
 ④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, \dots\}$
 ② $\{1, 2, 5, 10\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답: 개
 ▷ 정답: 8 개

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.
 부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{1, 5\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 5, 20\}, \{1, 4, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5, 20\}$ 이므로 8 개이다.

8. 부분집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 모든 집합은 자기 자신을 부분집합으로 한다.
 ② 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.
 ③ $A \subset B, B \subset A$ 인 집합 A, B 는 존재하지 않는다.
 ④ 공집합은 $\{0\}$ 의 부분집합이다.
 ⑤ $\{1, 3, 5\}$ 는 $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만인 홀수}\}$ 의 부분집합이 아니다.

해설

$A \subset B, B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하며 이를 만족하는 집합은 무수히 많이 존재한다.

9. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답: 개
 ▷ 정답: 6 개

해설

구 하고 자 하는 부분 집 합 은, $\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이다.

10. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = a$, 집합 A 의 부분집합의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$ 이므로 $a = n(A) = 4$ 이다.
 $b = (A \text{의 부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
 $\therefore a + b = 4 + 16 = 20$

11. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 12, a - 3, b + 3, 4\}$ 가 서로 같을 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라. (단, $b > 0$)
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
 $B = \{1, 2, 4, 12, a - 3, b + 3\}$ 이므로,
 $a - 3 = 3, b + 3 = 6$ 또는 $a - 3 = 6, b + 3 = 3$ 이어야 한다.
 하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a - 3 = 3, b + 3 = 6$ 이다.
 따라서 $a = 6, b = 3$ 이고, $a \div b = 2$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{6, a, 3, b, 2\}$, $B = \{5, c, 3, d, 7\}$ 이 서로 같을 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$A = B$ 이므로
 $\{6, a, 3, b, 2\} = \{5, c, 3, d, 7\}$
 이 중 3은 공통이므로 제외하면
 $a = 5, b = 7$ 또는 $a = 7, b = 5$
 따라서 $a + b = 12$
 $c = 2, d = 6$ 또는 $c = 6, d = 2$
 따라서 $c + d = 8$
 $\therefore a + b + c + d = 20$

13. 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

- ① 12개 ② 24개 ③ 28개
 ④ 32개 ⑤ 64개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고,
 이 중에서 홀수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 4로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

14. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

15. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 가 되지 않는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A \subset C$

㉡ $A = C$

㉢ $C \subset A$

㉣ $A = B$

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $A = B = C$ 가 아니어도 항상 $A \subset C$ 이다.

㉢ $A = B \subset C$ 일 때, $C \subset B$ 인지 알 수 없으므로 $A = B = C$ 가 아니다.

16. 집합 $A = \{1, 2\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

개

▷ 정답: 16 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는

$$2^2 = 4 \text{ (개) 이므로 } n(B) = 4 \text{ 이다.}$$

따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는

$$2^{n(B)} = 2^4 = 16 \text{ (개) 이다.}$$

17. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{ 는 } n \text{ 의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 는 } 54 \text{ 의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $A \neq B$ 이기 위한 자연수 n 의 값은 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

개

▷ 정답: 7 개

해설

n 은 54를 뺀 54의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27이다. 따라서 7개이다.

18. 다음을 만족하는 집합을 조건제시법으로 알맞게 나타내지 않은 것을 고르면?

3개의 홀수와 1개의 짝수로 이루어져있다.
원소들은 각각 2개의 약수만을 가진 수이다.
원소는 10 미만의 자연수이다.

[배점 5, 중상]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 미만의 소수}\}$
② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 소수}\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 소수}\}$
④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 소수}\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 소수}\}$

해설

3개의 홀수와 1개의 짝수로 이루어진 집합이므로 원소의 개수는 4개임을 알 수 있다.
원소들은 각각 2개의 약수만을 가지므로 소수임을 알 수 있다.
원소는 10 미만의 소수이므로 $\{2, 3, 5, 7\}$ 임을 알 수 있다.

- ① $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\}$
② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$
④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

19. 수직선 위에 대응되는 두 정수 A, B의 한 가운데 있는 점이 -2이고, A의 절댓값은 3이다. 이 때, B의 값이 될 수 있는 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

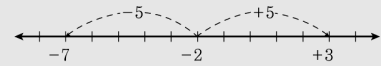
▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : -7

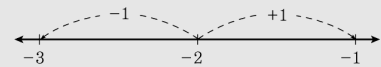
해설

i) $A = 3$ 일 때, B는 왼쪽으로 5만큼 떨어진 수이다.



$\therefore B = -7$

ii) $A = -3$ 일 때, B는 오른쪽으로 1만큼 떨어진 수이다.



$\therefore B = -1$

20. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $\{1, 2\} \notin A$ ② $\emptyset \subset A$
③ $\emptyset \in A$ ④ $A \subset A$
⑤ $1 \in A$

해설

- ① $\{1, 2\} \in A$

21. 집합 $A_N = \{x | x \text{ 는 } N \text{ 의 약수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7 개일 때, N 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7 개라면,
 A_N 의 부분집합의 개수는 8 개이다.
 원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수 $= 2^n$
 집합 A_N 의 원소의 개수는 3 개이다.
 N 의 약수의 개수가 3 개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.
 따라서 가장 작은 소수인 2의 제곱수인 4가 N 의 최솟값이다.

22. 집합 $S = \{x | x < 9, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x | x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

$A = \{x | x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 라는 조건을 보면,
 집합 A 는 더해서 12가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.
 9보다 작은 수 중에 더해서 12가 되는 수의 쌍은 (4, 8), (5, 7), (6, 6)이다.
 따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은 {6}, {4, 8}, {5, 7}, {4, 6, 8}, {5, 6, 7}, {4, 5, 7, 8}, {4, 5, 6, 7, 8}로 7 개이다.

23. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
 ㉡ $\{b\} \in S$
 ㉢ $\{b, c, d\} \in S$
 ㉣ $c \in S, d \in S$
 ㉤ $\{c, d\} \subset S$
 ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는 $\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.
 ㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.
 ㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.
 ㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.
 ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

24. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

- (1) $B \subset A$
 (2) B 의 원소의 개수는 3 개 이하이다.

[배점 6, 상중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 42 개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

원소의 개수가 3 이하인 집합 A 의 부분집합은 다음과 같다.

원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1 개인 부분집합 :

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{6\}, \{12\}$

원소가 2 개인 부분집합 :

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 6\}, \{1, 12\},$
 $\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 12\}, \{3, 4\},$
 $\{3, 6\}, \{3, 12\}, \{4, 6\}, \{4, 12\}, \{6, 12\}$

원소가 3 개인 부분집합 :

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 2, 12\},$
 $\{1, 3, 4\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 3, 12\}, \{1, 4, 6\},$
 $\{1, 4, 12\}, \{1, 6, 12\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 6\},$
 $\{2, 3, 12\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 12\}, \{2, 6, 12\},$
 $\{3, 4, 6\}, \{3, 4, 12\}, \{3, 6, 12\}, \{4, 6, 12\}$

25. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\} \rightarrow n(A) = m \text{ (개)}$$

원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개이므로

$$2^{m-2-2} = 32, m-4 = 5$$

$$m = 9$$

26. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 12 개

해설

$\{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합을 찾으려면,

5 는 반드시 포함되고 1, 2, 3 중에 하나만 포함되어야 한다.

(1) 1 과 5 는 포함되고, 2, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

(2) 2 와 5 는 포함되고, 1, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

(3) 3 과 5 는 포함되고, 1, 2 는 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

따라서 $4 + 4 + 4 = 12$ (개)

27. 집합 $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 공집합이 아닌 부분 집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수를 구하여라.

$$\bullet x \in A \text{ 이면 } -x \in A$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

주어진 집합은 절댓값이 같은 두 원소가 반드시 함께 A 의 원소이어야 한다.

- (1) 원소의 개수가 1 개인 집합 : $\{0\} \Rightarrow 1$ 개
 - (2) 원소의 개수가 2 개인 집합 : $\{-2, 2\}, \{-1, 1\} \Rightarrow 2$ 개
 - (3) 원소의 개수가 3 개인 집합 : $\{-2, 0, 2\}, \{-1, 0, 1\} \Rightarrow 2$ 개
 - (4) 원소의 개수가 4 개인 집합 : $\{-2, -1, 1, 2\} \Rightarrow 1$ 개
 - (5) 원소의 개수가 5 개인 집합 : $\{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow 1$ 개
- 따라서 집합 A 의 개수는 $1 + 2 + 2 + 1 + 1 = 7$ (개)