

단원 종합 평가

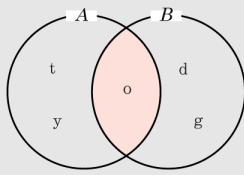
1. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{t, o, y\}, A \cap B = \{o\}, A \cup B = \{t, o, y, d, g\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $\{o, d, g\}$

해설

집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



2. 집합 $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ 에 대하여 12 를 반드시 포함하고 15 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답: 개

▶ 정답: 8 개

해설

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

3. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 은?
[배점 2, 하중]

① $\{1\}$

② $\{1, 5, 10\}$

③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 10\}$

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $A - B = \{1, 5, 10\}$ 이다.

4. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, $A - B^c$ 은?
[배점 3, 하상]

① $\{1\}$

② $\{3\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.

따라서 $A - B^c = \{1, 2, 3, 6\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{1, 3\}$ 이다.

5. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

6. 다음 중에서 60 의 소인수 전체의 집합은? [배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 3, 5\}$
 ③ $\{2^3, 3, 5\}$ ④ $\{1, 2, 3, 5\}$
 ⑤ $\{2, 1, 1\}$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60 의 소인수의 집합은 $\{2, 3, 5\}$ 이다.

7. 10 으로 나누면 1 이 남고, 4 와 6 으로 나누면 1 이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리수를 구하여라. [배점 3, 하상]

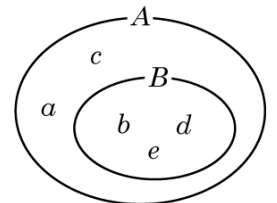
▶ 답:

▷ 정답: 131

해설

$$60 \times 2 + 11 = 131$$

8. 다음 벤 다이어그램에서 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

집합 A, B 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{b, d, e\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 구하면 $\{b, d, e\}, \{a, b, d, e\}, \{b, c, d, e\}, \{a, b, c, d, e\}$ 이고 개수는 4개이다.

9. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$A - B = \{3, 5\}$ 이므로 3과 5는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A, 5 \in A$ 이다.

따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.

(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 성립한다.

(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{3, 5\}$ 이므로 성립한다.

$\therefore a = 5, b = 3$

10. 어떤 자연수로 50을 나누면 2가 남고, 35를 나누면 3이 남고, 87을 나누면 7이 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하는 수는 $50 - 2 = 48$, $35 - 3 = 32$, $87 - 7 = 80$ 의 최대공약수이다.

$2 \overline{) 23}$

$2 \overline{) 11} \dots 1$

$2 \overline{) 5} \dots 1$

$2 \overline{) 2} \dots 1$

$2 \overline{) 1} \dots 0$

$0 \dots 1$

$\therefore 23 = 10111_{(2)}$

11. 다음 수를 이진법으로 나타내면 0의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$2^{15} + 2^{10} + 2^4 + 2$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

개

▷ 정답 : 12개

해설

2^{15} 을 이진법으로 나타낼 때 0의 개수는 15개이므로 $15 - 3 = 12$ (개)이다.

12. 사탕 75개, 초콜릿 102개, 풍선껌 153개를 수학 반 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕이 3개, 초콜릿이 6개, 풍선껌이 9개가 남았다. 가능한 수학 반 학생 수를 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

명

▶ 답 :

명

▷ 정답 : 12명

▷ 정답 : 24명

해설

75 보다 3 작은 수, 102 보다 6 작은 수, 153 보다 9 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 72, 96, 144 의 공약수 중 가장 큰 나머지인 9 보다 큰 수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 72 \ 96 \ 144 \\ 2) \ 36 \ 48 \ 72 \\ 2) \ 18 \ 24 \ 36 \\ 3) \ 9 \ 12 \ 18 \\ \quad 3 \ 4 \ 6 \end{array}$$

$$\therefore \text{최대공약수} : 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

최대공약수인 24 의 약수 중 9보다 큰 수는 12 와 24 이다. 따라서 12 명 또는 24 명이다.

13. $2^6 + 2^6 + 2^3 + 1$ 를 이진법으로 나타냈을 때, 0 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

$$2^6 + 2^6 + 2^3 + 1 = 2 \times 2^6 + 2^3 + 1 = 2^7 + 2^3 + 1 = 10001001_{(2)} \\ \therefore 0 \text{은 } 5 \text{개이다.}$$

14. 전체집합 U 와 그 두 부분집합 A, B 가 다음과 같을 때, $A^c \cap B$ 의 모든 원소의 곱을 구하여라.

보기

$$U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$$

$$A = \{2, 4, 5, 8\}$$

$$B^c = \{2, 4, 6, 7, 9\}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, \quad A = \{2, 4, 5, 8\}, \quad B = \{1, 3, 5, 8, 10\} \text{ 이므로}$$

$$A^c \cap B = B - A = \{1, 3, 10\}$$

$$\therefore 1 \times 3 \times 10 = 30$$

15. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 7 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7\} \text{ 이므로 } 2^{(3, 7 \text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4$$

16. $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
 [배점 4, 중중]

- ① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$
 ⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$A = \{1, 3, 5, \dots\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, \dots\}$
 따라서 ③ $B \subset A \subset C$

17. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로
 도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?
 [배점 4, 중중]

- ① 67 ② 99 ③ 100
 ④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
 4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
 12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
 따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는
 수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

18. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ 의 두 부분집합
 A, B 가 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{30, 50\}$ 을 만족한다.
 집합 A, B 의 원소의 합을 각각 $S(A), S(B)$ 라고 할
 때, $S(A) + S(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 230

해설

$S(A) + S(B)$ 의 값을 구하는 것이므로
 각 원소를 아무렇게나 배열해도 원소의 합은 같다.
 $\therefore 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + (30 + 50) = 230$

19. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에
 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A
 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는
 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는
 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

20. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답: 명

▶ 정답 : 6명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45 + 3)$
개를 나누면 나누어 떨어진다.

굴 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77 - 5)$
개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.

따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6이고 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 학생 수는 6명이다.