

단원 종합 평가

1. $1.2 < \sqrt{x} < 2.1$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

2

3

4

해설

$$1.2 < \sqrt{x} < 2.1$$

$$1.44 < x < 4.41$$

$$x = 2, 3, 4$$

2. 다음 중 부등호가 다른 하나는? [배점 3, 중하]

① $6\sqrt{3} \square 2\sqrt{3}$

② $2 + \sqrt{3} \square \sqrt{5} + 1$

③ $\sqrt{2} - 1 \square 1 - \sqrt{2}$

④ $\sqrt{5} - 2 \square 0$

⑤ $-4 \square -\sqrt{16}$

해설

①, ②, ③, ④ : $>$

⑤ : $=$

3. $\sqrt{27}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a(a+10) - 5$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

-3

해설

$$5 < \sqrt{27} < 6 \text{ 이므로 } a = \sqrt{27} - 5$$

$$a + 5 = \sqrt{27} \text{ 의 양변을 제곱하면}$$

$$a^2 + 10a + 25 = 27$$

$$a^2 + 10a = 2$$

$$a(a+10) - 5 = a^2 + 10a - 5 = 2 - 5 = -3$$

4. $\sqrt{a}$ 의 정수 부분이 3 일 때, 자연수 a 의 값은 모두 몇 개인가? [배점 3, 중하]

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

$$\sqrt{a} = 3. \times \times$$

$$3 \leq \sqrt{a} < 4 \rightarrow 9 \leq a < 16$$

$$\therefore 16 - 9 = 7 \text{ (개)}$$

5. $3\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , 정수 부분을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① $\sqrt{3} - 5$

② $3\sqrt{3} - 5$

③ $\sqrt{3} - 9$

④ $3\sqrt{3} - 9$

⑤ $3\sqrt{3} - 10$

해설

$3\sqrt{3} = \sqrt{27}$, $5 < \sqrt{27} < 6$ 이므로
 $3\sqrt{3}$ 의 정수 부분 $b = 5$
 소수 부분 $a = 3\sqrt{3} - 5$
 $\therefore a - b = (3\sqrt{3} - 5) - 5 = 3\sqrt{3} - 10$

6. $\sqrt{5^2} = a$, $\sqrt{(-5)^2} = b$, $-\sqrt{(-5)^2} = c$ 라 할 때,
 $a^2 + 2b - c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$\sqrt{5^2} = 5$, $\sqrt{(-5)^2} = 5$, $-\sqrt{(-5)^2} = -5$
 따라서, $a^2 + 2b - c = 25 + 10 + 5 = 40$ 이다.

7. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 정의는?
 [배점 4, 중중]

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
 ② $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
 ③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
 ④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수
 ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

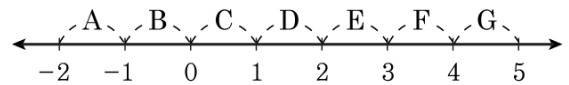
8. $\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되는 양의 정수 x 의 값들의 합은?
 [배점 4, 중중]

① 60 ② 116 ③ 155
 ④ 197 ⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되기 위해서는,
 $54-x$ = 완전제곱수가 되어야 한다.
 $54-x = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$
 $\therefore x = 5 + 18 + 29 + 38 + 45 + 50 + 53 = 238$

9. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $1 - \sqrt{2}$: B ② $1 + \sqrt{2}$: E
 ③ $2 + \sqrt{5}$: G ④ $2 - \sqrt{3}$: C
 ⑤ $\sqrt{5} - 4$: D

해설

- ① $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $1 - \sqrt{4} < 1 - \sqrt{2} < 1 - \sqrt{1}$
 $\therefore -1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : B$
- ② $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3 : E$
- ③ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $2 + \sqrt{4} < 2 + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{9}$
 $\therefore 4 < 2 + \sqrt{5} < 5 : G$
- ④ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $2 - \sqrt{4} < 2 - \sqrt{3} < 2 - \sqrt{1}$
 $\therefore 0 < 2 - \sqrt{3} < 1 : C$
- ⑤ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $\sqrt{4} - 4 < \sqrt{5} - 4 < \sqrt{9} - 4$
 $\therefore -2 < \sqrt{5} - 4 < -1 : A$

10. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a , b 를 써서 나타내면?
 [배점 4, 중중]

- ① a^3b^2 ② a^2b^3 ③ a^3b
 ④ a^2b^2 ⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

11. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)
 [배점 5, 중상]

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
 ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
 ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
 ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
 ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
 ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
 ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$

12. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
 [배점 5, 중상]

- ① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$
 ③ $b + \sqrt{7} > 3$ ④ $ab > 0$
 ⑤ $a + 1 > 0$

해설

- ① $a - b = \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$
 $\therefore a - b < 0$
 ② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) = -\sqrt{7} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$
 $\therefore b - a > 0$
 ③ (좌변) $= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$
 (우변) $= 3 = \sqrt{9}$
 $\therefore b + \sqrt{7} < 3$
 ④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$
 $b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
 $\therefore ab < 0$
 ⑤ $a + 1 = (\sqrt{8} - 3) + 1 = \sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$
 $\therefore a + 1 > 0$

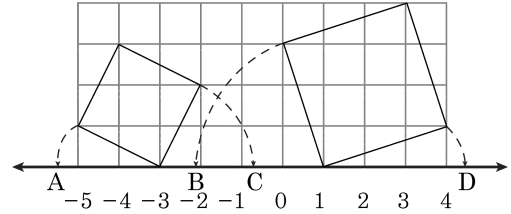
13. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가? [배점 5, 중상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.
 (두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$
 $r^2 = 4$
 $\therefore r = 2\text{cm} (\because r > 0)$

14. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b + d) - (a + c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

8

해설

- (1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$
 $\therefore a = -3 - \sqrt{5}, c = -3 + \sqrt{5}$
 (2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$
 $\therefore b = 1 - \sqrt{10}, d = 1 + \sqrt{10}$
 $\therefore b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$
 $\therefore a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$
 따라서 $(b + d) - (a + c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.

15. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}})$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1,000	1,005	1,010
2	1,414	1,418	1,421
3	1,732	1,735	1,738
4	2	2,002	2,005
5	2,236	2,238	2,241
6	2,449	2,452	2,454
7	2,646	2,648	2,650
8	2,828	2,830	2,832

[배점 5, 중상]

- ① 1.414 ② -1.732 ③ 1.732
 ④ -2.449 ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{6} = -2.449$$

16. $\sqrt{4.54} \approx 2.131$ 일 때, $\sqrt{x} - 25 \approx -3.69$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

454

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{x} \approx 25 - 3.69 &= 2.131 \times 10 \approx \sqrt{4.54 \times 10^2} = \sqrt{454} \\ \therefore x &= 454 \end{aligned}$$

17. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{0.96} &= \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10}\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6} \\ \therefore x &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

18. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$ 을 만족할 때,

$$\sqrt{(a + \frac{1}{a})^2} + \sqrt{(a - \frac{1}{a})^2} \text{의 값을 구하여라.}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

$$-\frac{2}{a}$$

해설

$$\begin{aligned} b = \frac{1}{a}, -1 < a < 0 \text{ 이므로 } a + \frac{1}{a} < 0, a - \frac{1}{a} > 0 \\ \sqrt{(a + \frac{1}{a})^2} + \sqrt{(a - \frac{1}{a})^2} &= -(a + \frac{1}{a}) + (a - \frac{1}{a}) = -\frac{2}{a} \end{aligned}$$

19. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

$$\begin{aligned} (1) & \sqrt{(x-y)^2} = x-y \\ (2) & \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x \\ (3) & \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y \end{aligned}$$

[배점 5, 상하]

① (1) ② (2) ③ (3)

④ (1), (2) ⑤ (1), (3)

해설

$$\begin{aligned} (1) & x-y > 0, \sqrt{(x-y)^2} = x-y \\ (2) & y-x < 0, \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = x + (-y) - (y-x) = 2x-2y \\ (3) & \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = x - (-y) - (x-y) = x+y-x+y = 2y \end{aligned}$$

20. $\frac{6^{10}}{12^5} = \sqrt{9^a}, \sqrt{\frac{8^{10}}{8^4}} = 2^b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

14

해설

$$\begin{aligned} \frac{6^{10}}{12^5} &= \frac{2^{10} \times 3^{10}}{2^5 \times 2^5 \times 3^5} = 3^5 = \sqrt{(3^2)^5} = \sqrt{9^5} \\ \sqrt{\frac{8^{10}}{8^4}} &= \sqrt{8^6} = \sqrt{(8^3)^2} = 8^3 = 2^9 \\ a &= 5, b = 9 \text{ 이므로 } a+b = 5+9 = 14 \end{aligned}$$

21. $\sqrt{15}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{60}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

$$2a-1$$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{15} - 3 \\ 7 &< \sqrt{60} < 8 \text{ 이므로} \\ \sqrt{60} \text{ 의 소수 부분은 } &\sqrt{60} - 7 \text{ 이다.} \\ \therefore \sqrt{60} - 7 &= 2\sqrt{15} - 7 = 2(\sqrt{15} - 3) - 1 = 2a - 1 \end{aligned}$$

22. 정사각형 A, B, C가 있다. A의 넓이는 s 이고, A의 넓이는 B의 2배, B의 넓이는 C의 3배일 때, C의 넓이를 s 를 사용한 식으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

$$\frac{s}{6}$$

해설

$$\begin{aligned} (\text{B의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (\text{A의 넓이}) = \frac{1}{2}s \\ (\text{C의 넓이}) &= \frac{1}{3} \times (\text{B의 넓이}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}s = \frac{1}{6}s \\ \text{따라서 C의 넓이는 } &\frac{s}{6} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

23. $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\sqrt{(b-a)^2} = b - a$
 ㉡ $\sqrt{(ab)^2} = |ab|$
 ㉢ $-\sqrt{b^2} > \sqrt{a^2} + 1$
 ㉣ $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = a + b$
 ㉤ $\frac{\sqrt{(ab)^2}}{2} > \frac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$
 ㉥ $\sqrt{(-a)^2} + 1 < 1 - \sqrt{b^2}$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

㉡

㉣

㉤

해설

$b < 0 < a$ 이므로

- ㉠ : $\sqrt{(b-a)^2} = a - b$
 ㉡ : $\sqrt{(ab)^2} = -ab = |ab|$
 ㉢ : $-\sqrt{b^2} = b$, $\sqrt{a^2} = a$
 $b - a < 0$ 이므로 $-\sqrt{b^2} < \sqrt{a^2} + 1$
 ㉣ : $\sqrt{(-a)^2} = a$
 $-\sqrt{b^2} = -(-b) = b$
 $\sqrt{(-a)^2} + 1 > 1 - \sqrt{b^2}$

24. 10 이하의 자연수 a , b 에 대하여 $\sqrt{a+b} = n$ (n 은 자연수)를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.
 [배점 6, 상중]

▶ 답:

16 개

해설

$a = 1$ 인 경우, $b = 3, 8$
 $a = 2$ 인 경우, $b = 2, 7$
 $a = 3$ 인 경우, $b = 1, 6$
 $a = 4$ 인 경우, $b = 5$
 $a = 5$ 인 경우, $b = 4$
 $a = 6$ 인 경우, $b = 3, 10$
 $a = 7$ 인 경우, $b = 2, 9$
 $a = 8$ 인 경우, $b = 1, 8$, $a = 9$ 인 경우, $b = 7$
 $a = 10$ 인 경우, $b = 6$
 $\therefore$ 16 개

25. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라 정의할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.
 [배점 6, 상중]

▶ 답:

165

해설

$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$
 $f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$
 $f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$
 $\dots$
 $f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$
 $f(1) + f(2) + \cdots + f(10) = 3(1+2+3+\cdots+10) = 3 \times 55 = 165$