

단원 종합 평가

1. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ 에서 $f(-1) + f(5)$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$f(-1) = -(-1)^2 + 3 \times (-1) + 4 = 0$$

$$f(5) = -5^2 + 3 \times 5 + 4 = -6$$

$$\therefore f(-1) + f(5) = -6$$

2. 다음 중 최댓값이 3 인 이차함수는? [배점 2, 하중]

① $y = -3x^2 + 1$

② $y = x^2 + 4x$

③ $y = (x - 2)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 4x - 1$

⑤ $y = -(x + 1)(x - 3)$

해설

① 최댓값 : 1

② $y = (x + 2)^2 - 4$ 이므로 최댓값은 없다.

③ 최댓값은 없다.

④ $y = -(x - 2)^2 + 3$ 이므로 최댓값은 3

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 4$ 이므로 최댓값은 4

3. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은? [배점 2, 하중]

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x - 1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

4. $y = k(k + 1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k + 1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0, k \neq -1$ 이다.

5. 이차함수 $y = -2(x - p)^2$ 의 그래프는 점 $(1, -32)$ 을 지난다. 축의 방정식을 구하여라. (단, $p > 0$)

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$y = -2(x - p)^2$ 의 그래프가 점 $(1, -32)$ 를 지나므로 $-32 = -2(1 - p)^2$, $p = 5$
 $\therefore y = -2(x - 5)^2$, 축의 방정식 : $x = 5$

6. 다음 중 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 몇 개인가?

- ㉠ $y = 0.1x^2$
- ㉡ $y = \frac{4}{x}$
- ㉢ $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$
- ㉣ $y = \frac{1}{2}(x - 3)(x + 4)$
- ㉤ $y = -5x^2 + 2x + 3$
- ㉥ $y = 3x + 2$

[배점 3, 하상]

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4 개

해설

이차함수는 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤ 이다.

7. 다음 중 꼭짓점 $(-1, 4)$, 대칭축의 방정식 $x = -1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, 3)$ 인 이차함수는?

[배점 3, 하상]

- ㉠ $y = x^2 - 2x - 3$
- ㉡ $y = x^2 - 4x + 5$
- ㉢ $y = -x^2 - 2x + 3$
- ㉣ $y = -x^2 + 4x - 10$
- ㉤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 4$ 에 $(0, 3)$ 을 대입한다. $a = -1$
 $\therefore y = -x^2 - 2x + 3$

8. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

[배점 3, 하상]

- ㉠ $y = -2(x + 1)^2 - 4$
- ㉡ $y = (x - 2)^2 - 3$
- ㉢ $y = -2(x - 1)^2 + 3$
- ㉣ $y = -(x + 1)^2 + 3$
- ㉤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$
 $(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$
 $a = -\frac{1}{2}$
 $\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

9. x 가 정수일 때, $y = 2x^2 - 3x + 6$ 의 최솟값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 6 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}$$

x 가 정수이므로 $x = 1$ 일 때, 최솟값 5 를 갖는다.

10. 이차함수 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(-4, 5)$ 를 지났다. b 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{5}$

해설

$$y = \frac{1}{5}x^2 + b \text{ 에 } (-4, 5) \text{ 를 대입하면}$$

$$5 = \frac{1}{5} \times (-4)^2 + b$$

$$\therefore b = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}$$

11. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선의 식은?
[배점 3, 중하]

① $y = -x^2 + 4x + 2$ ② $y = -x^2 + 4x - 5$

③ $y = -x^2 - 4x + 5$ ④ $y = -x^2 - 4x - 2$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 2$

해설

$$y = -(x - 2)^2 - 1 = -x^2 + 4x - 5$$

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

① $(-2, 2)$ 를 지난다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프 보다 폭이 좁다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭이다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축 대칭이다.

해설

① $(-2, 2)$ 를 대입하면 성립하지 않는다.

② 아래로 볼록하다.

③ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다

⑤ $y = -x^2$ 과 x 축에 대해 대칭이다.

13. 이차함수 $y = -x^2 + 12x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

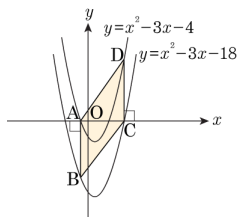
해설

그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 12x + m = -(x-6)^2 + 36 + m$$

$$\therefore 36 + m = 0 \quad \therefore m = -36$$

14. 다음 그림에서 두 포물선 위의 점 A, B, C, D 에 대하여 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 98

해설

$y = x^2 - 3x - 4$ 에서 x 절편을 구하면

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

$$A(-1, 0), B(-1, -14)$$

$y = x^2 - 3x - 18$ 에서 x 절편을 구하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0, (x-6)(x+3) = 0,$$

$$x = 6 \text{ 또는 } x = -3$$

$$C(6, 0), D(6, 14)$$

$$(\square ABCD \text{의 넓이}) = (1+6) \times 14 = 98$$

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 좌표평면 위의 모든 사분면을 지나도록 하는 a, c 의 조건을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 3, 중하]

① $a > 0, c > 0$

② $a > 0, c < 0$

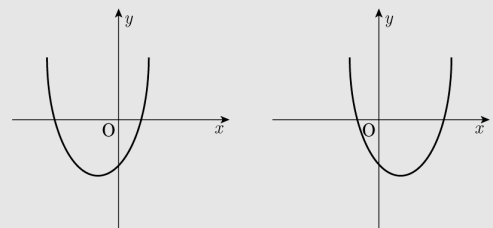
③ $a = 0, c = 0$

④ $a < 0, c < 0$

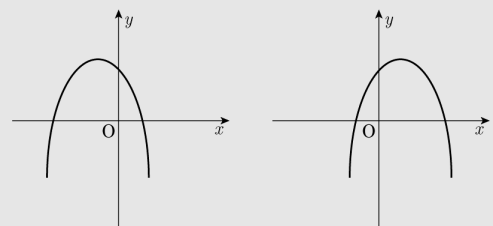
⑤ $a < 0, c > 0$

해설

(1) $a > 0$ 인 경우 $c < 0$ 이다.



(2) $a < 0$ 인 경우 $c > 0$ 이다.



16. 이차함수 $y = -2(x+3)(x-1)$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하면?
[배점 3, 중하]

- ① $x = -1$ 일 때, 최댓값은 8
② $x = -1$ 일 때, 최솟값은 8
③ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -4
④ $x = 1$ 일 때, 최솟값은 -4
⑤ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2(x+3)(x-1) \\ &= -2x^2 - 4x + 6 \\ &= -2(x+1)^2 + 8 \\ x &= -1 \text{ 일 때 최댓값 8을 갖는다.} \end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
② $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
③ $x = 0$ 일 때 $y = 0$ 이고, y 의 최댓값은 0 이다.
④ 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록하다.
⑤ 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

해설

③ 아래로 볼록한 그래프이므로 $x = 0$ 일 때 y 의 최솟값이 0 이다.

18. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

보기

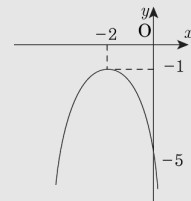
- ㄱ. 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
ㄴ. y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.
ㄷ. 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.
ㄹ. 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
ㅁ. $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

[배점 4, 중중]

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㅁ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㅁ ⑤ ㄹ, ㅁ

해설

- ㄱ. 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
ㄷ. 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
ㄹ. $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



19. x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 9 인 포물선의 방정식은? [배점 4, 중중]

① $y = -4x^2 + 4x - 8$

② $y = 4x^2 - 4x + 8$

③ $y = -4x^2 + 4x + 8$

④ $y = -4x^2 - 4x + 8$

- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

대칭축이 두 점의 중점 $(-\frac{1}{2}, 0)$ 을 지나므로 꼭짓

점의 좌표는 $(-\frac{1}{2}, 9)$

따라서 $y = a(x + \frac{1}{2})^2 + 9$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = \frac{9}{4}a + 9$, $a = -4$

$\therefore y = -4(x + \frac{1}{2})^2 + 9 = -4x^2 - 4x + 8$

20. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x - 6$ 의 치역은?

[배점 4, 중중]

① $\{y \mid y \geq -3\}$

② $\{y \mid y \leq 3\}$

③ $\{y \mid y \geq -6\}$

④ $\{y \mid y \leq -6\}$

⑤ $\{y \mid y \leq 0\}$

해설

$$y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x - 6 = -\frac{2}{3}(x - 3)^2$$

$x = 3$ 일 때, 최댓값은 0

따라서 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.

21. 다음 이차함수 중에서 최솟값이 가장 작은 것은?

[배점 4, 중중]

① $y = 2x^2$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = 2x^2 + 4x + 7$

④ $y = 7x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 5$

해설

① $y = 2x^2$: 최솟값은 0 이다.

② $y = x^2 + 2x + 1, y = (x + 1)^2$: 최솟값은 0 이다.

③ $y = 2x^2 + 4x + 7 = y = 2(x + 1)^2 + 5$: 최솟값은 5 이다.

④ $y = 7x^2 - 2$: 최솟값은 -2 이다.

⑤ $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 5$: 최솟값은 -5

22. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$

이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 6)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 5

▷ 정답: -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 $(k, 6)$ 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

23. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

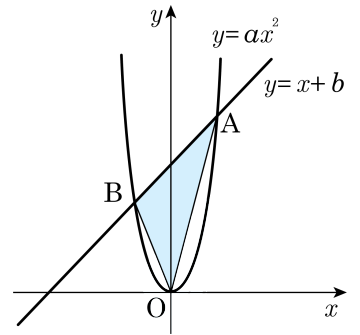
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+3)^2 + 4 \\ &= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\ &= ax^2 + 6ax + 9a + 4 \\ &= 9a + 4 = 2 \\ 9a &= -2 \\ a &= -\frac{2}{9} \\ y &= -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 \\ apq &= \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27} \end{aligned}$$

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A $(2, 8)$ 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



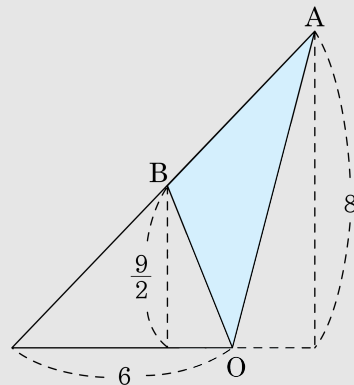
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{21}{2}$

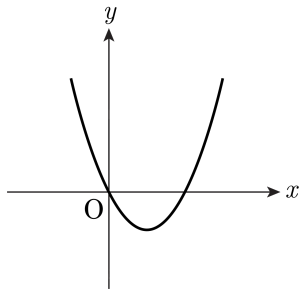
해설

$y = ax^2$ 에 점 $(2, 8)$ 을 대입, $8 = 4a$, $a = 2$ $\therefore y = 2x^2$
 $y = x + b$ 에 점 $(2, 8)$ 을 대입, $8 = 2 + b$, $b = 6$ $\therefore y = x + 6$
 $y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면
 $2x^2 = x + 6$
 $2x^2 - x - 6 = 0$
 $(2x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 2$
 $\therefore B\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$
 $y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

25. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



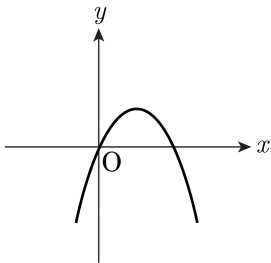
[배점 5, 중상]

해설

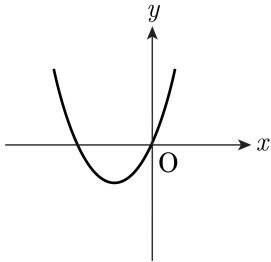
주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\frac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$

$\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

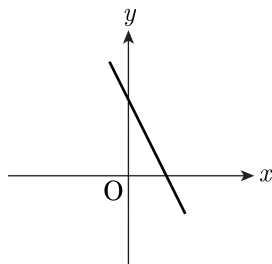
①



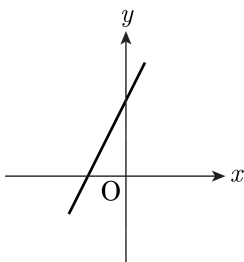
②



③



④



⑤

